

Министерство энергетики и жилищно-коммунального хозяйства Тверской области

ГБПОУ «Удомельский колледж»

Рассмотрена на заседании
методического совета ГБПОУ
«Удомельский колледж»
Протокол № 4 от 31 августа 2023г.

УТВЕРЖДЕНА
Приказом директора ГБПОУ
«Удомельский колледж»
№ 109/1 от 31 августа 2023г.

**Комплект контрольно-измерительных материалов для оценки результатов освоения
учебной дисциплины «МАТЕМАТИКА»**

по программам подготовки квалифицированных рабочих (служащих):

13.02.03 Электрические станции, сети и системы

Разработал: Блинова М.М.

преподаватель математики

2023г.

Содержание

1. Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов.
2. Результаты освоения учебной дисциплины.
3. Оценка освоения учебной дисциплины.
 - 3.1. Формы контроля и оценивания элементов учебной дисциплины.
 - 3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины.
 - 3.2.1. Стартовая диагностика подготовки обучающихся по школьному курсу математики.
 - 3.2.2. Задания для текущего контроля
 - 3.2.3. Задания для тематического контроля (контрольные работы).
 - 3.2.4. Задания для итогового контроля (экзамен).
 - 3.3. Критерии оценивания.

1. Паспорт комплекта контрольно - измерительных материалов дисциплины Математика

Контрольно-измерительные материалы (КИМ) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Математика.

КИМ включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и итоговой аттестации в форме экзамена.

КИМ разработаны на основании:

- основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки профессий СПО: 13.02.03 Электрические станции, сети и системы
- программы учебной дисциплины Математика.

2. Результаты освоения учебной дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

- ОК 1.** Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2.** Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3.** Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.
- ОК 4.** Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5.** Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.
- ОК 6.** Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.
- ОК 7.** Ставить цели, мотивировать деятельность подчиненных, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за результат выполнения заданий.
- ОК 8.** Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9.** Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности.
- ОК 10.** Исполнять воинскую обязанность, в том числе с применением полученных профессиональных знаний (для юношей).

Результатом освоения дисциплины является получение (освоение) знаний и умений

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Показатели оценки результата
Умения:	
решать линейные и квадратные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним;	получение корней линейных и квадратных уравнений и уравнений, сводящихся к ним, обоснование выбора формул для решения квадратных уравнений и неполных квадратных уравнений;
выполнять действия с действительными числами, пользоваться калькулятором для вычислений, находить приближённые вычисления;	выполнение действий с действительными числами, демонстрация умений использования калькулятора для вычислений и нахождения приближённых вычислений;
решать линейные и квадратные неравенства, системы неравенства;	изложение основных этапов решения линейных и квадратных неравенств и их систем;
производить действия с векторами;	формулирование правил сложения и вычитания векторов, демонстрация умений выполнения действий над векторами;
использовать свойства элементарных функций при решении задач и упражнений;	изложение свойств функций и демонстрация понимания их использования при решении задач и упражнений;
выполнять тождественные преобразования со степенными, логарифмическими и тригонометрическими выражениями;	применение тождественных преобразований над степенными, логарифмическими и тригонометрическими выражениями; обоснование выбора формулы или свойства функций для преобразования;
строить графики показательных, логарифмических и тригонометрических функций, выполнять их преобразования;	создание графиков показательных, логарифмических и тригонометрических функций, демонстрация умений выполнения преобразований графиков таких функций;
вычислять производные и первообразные, определённые интегралы, применять определённый интеграл для нахождения площади криволинейной трапеции;	получение производных и первообразных некоторых функций, построение криволинейной трапеции, нахождение её площади с помощью определённого интеграла;
применять свойства прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;	обоснование свойств прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;

изображать геометрические тела на плоскости и в пространстве, строить их сечения плоскостью;	демонстрация умений построения геометрических тел и их сечений на плоскости и в пространстве;
решать задачи на вычисление площадей поверхностей и объёмов геометрических тел;	определение формулы для вычисления площадей и объёмов геометрических тел, применение их для решения задач;
уметь применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности.	выделение основных элементов теории вероятностей и математической статистики, решение практических задач.
Знания:	
основные функции, их графики и свойства;	перечисление основных функций, формулирование их свойств, описание процесса построения графиков;
основы дифференциального и интегрального исчислений;	формулирование правил и формул дифференциального и интегрального исчислений;
алгоритмы решения тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и неравенств;	изложение алгоритмов решения тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;
основные свойства элементарных функций;	определение основных свойств элементарных функций;
основные понятия векторной алгебры;	формулирование определений и выделение основных понятий векторной алгебры;
основы линейной алгебры;	обоснование основных понятий линейной алгебры;
основные понятия и определения стереометрии;	узнавание геометрических тел, формулирование основных понятий и определений стереометрии;
свойства геометрических тел и поверхностей;	перечисление свойств геометрических тел и их поверхностей;
формулы площадей поверхностей и объёмов;	выделение формул площадей поверхностей и объёмов;
основные понятия комбинаторики; статистики, теории вероятностей.	изложение основных понятий комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

3. Оценка освоения учебной дисциплины

3.1. Формы контроля и оценивания элементов учебной дисциплины

Элемент учебной дисциплины	Формы контроля и оценивания	
	Текущий контроль	Итоговый контроль
Раздел 1. Развитие понятия о числе.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 2. Корни, степени и логарифмы.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 4. Элементы комбинаторики.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 5. Координаты и векторы.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 6. Основы тригонометрии.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 7. Функции, их свойства и графики. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 8. Многогранники.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 9. Тела и поверхности вращения.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 10.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	

Начала математического анализа.	работа	
Раздел 11. Измерения в геометрии.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 12. Элементы теории вероятностей. Элементы математической статистики.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Раздел 13. Уравнения и неравенства.	Опрос, тестирование, практическая работа, контрольная (самостоятельная) работа	
Итог		Экзамен

Типы заданий для текущего контроля и критерии оценки

Предметом оценки освоения дисциплины являются умения, знания, общие компетенции, способность применять их в практической деятельности и повседневной жизни.

№	Тип (вид) задания	Проверяемые знания и умения	Критерии оценки
1	Тесты	Знание основ математики	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
2	Устные ответы	Знание основ математики	Устные ответы на вопросы должны соответствовать критериям оценивания устных ответов.
3	Контрольная (самостоятельная) работа	Знание основ математики в соответствии с пройденной темой и умения применения знаний на практике	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
4	Практические работы	Умение применять полученные знания на практике.	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
5	Составление конспектов, рефератов, творческих работ.	Умение ориентироваться в информационном пространстве, составлять конспект. Знание правил оформления рефератов, творческих работ.	Соответствие содержания работы, заявленной теме, правилам оформления работы.

3.2. Типовые задания для оценки усвоения учебной дисциплины.

3.2.1. Стартовая диагностика подготовки обучающихся по школьному курсу математики

Входная контрольная работа проводится с целью проверки освоения обучающимися содержания образования по математике. Форма работы обеспечивает полноту проверки за счет включения заданий, составленных на материале основных разделов предмета «Математика» в школе: уравнения, неравенства, степени, действия с действительными числами, проценты, графики элементарных функций, теорема Пифагора. Контрольная работа включает задания двух уровней: базового и повышенного, которые представлены в виде тестов, что позволяет контролировать результат.

При выполнении заданий базового уровня (часть А и В) обучающиеся должны продемонстрировать определенную системность знаний, умение пользоваться математическими терминами, распознавать задания. Эти задания составляют не менее 70% всей работы.

Задание части С направлено на проверку владения материалом на повышенном уровне. Также в работе проверяются вычислительные навыки.

Для получения положительного результата обучающемуся достаточно выполнить задания базового уровня.

Время на выполнение работы 45 минут.

В результате выполнения контрольной работы обучающиеся должны показать:

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Показатели оценки результата
Умения:	
решать полные квадратные уравнения;	применяет формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения для решения уравнений;
решать линейные неравенства;	раскрывает скобки, приводит подобные слагаемые, использует свойства неравенств;
выполнять вычисления с действительными числами;	применяет правила выполнения арифметических действий над действительными числами в рамках программных требований;
выполнять действия со степенями и находить значения выражения при заданном значении переменной;	владеет свойствами степеней и находит значение выражения, содержащего степень;
строить графики функций;	строит графики линейных функций;
решать геометрические задачи с использованием теоремы Пифагора;	решает задачи с использованием Теоремы Пифагора;
находить проценты от числа;	находит проценты от числа и решает задачи на проценты;
упрощать выражения, содержащие дроби.	применяет формулы сокращённого умножения для упрощения алгебраических выражений;
Знания:	
формулы дискриминанта, корней квадратного уравнения;	воспроизводит формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения;

правила раскрытия скобок; определение подобных слагаемых, свойства неравенств;	формулирует правила раскрытия скобок, определение подобных слагаемых, перечисляет свойства неравенств;
арифметические действия на множестве действительных чисел;	перечисляет последовательность действий в выражениях с действительными числами; формулирует правила действий на множестве действительных чисел;
определение степени с действительным показателем, свойства степени;	формулирует определение и перечисляет свойства степени;
свойства линейной функции и её график;	определяет графики линейных функций и описывает их свойства;
теорема Пифагора;	обосновывает теорему Пифагора;
формулы сокращённого умножения.	выделяет формулы сокращённого умножения, иллюстрирует их применение на практике.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
B6, B7	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C8	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу в целом – **12 баллов**.

За правильное выполнение любого задания **уровня 1** обучающийся получает **один балл**. В заданиях с выбором ответа, с кратким ответом или на установление соответствия, обучающийся получает **один балл**, соответствующий данному заданию, если указан номер верного ответа (в заданиях с выбором ответа), или вписан верный ответ (в заданиях с кратким ответом), или правильно соотнесены объекты двух множеств и записана соответствующая последовательность цифр (в заданиях на установление соответствия). При выполнении таких заданий, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) можно выставить 0,5 балла. Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа он получает 0 баллов.

При выполнении любого задания **уровня 2** или **3** используются следующие критерии оценки заданий:

Баллы	Критерии оценки выполненного задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен правильный ответ.
2	Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ
1	Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до конца, при этом ответ неверный или отсутствует.
0	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения.

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 12
« 4 » (хорошо)	9 - 10
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 8
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

1 вариант

A1. Решить уравнение $x(x - 5) = -4$

а) 4 и 1; б) 4,5; в) 4; г) -4 и 1; д) 1.

A2. Решите неравенство $6x - 3 < -17 - (-x - 5)$

а) $x < 4$; б) $x < -4$; в) $x > -4$; г) $x > 4$; д) $x < -1,8$.

A3. Вычислить $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) : (1 - 0,2) - 3\frac{23}{24}$.

а) $3\frac{11}{12}$; б) 3,9; в) $-3\frac{11}{12}$; г) 4; д) $2\frac{11}{12}$.

A4. Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ при $a = 6$.

а) 6; б) $-\frac{1}{6}$; в) 4; г) -6; д) $\frac{1}{6}$.

A5. Построить график функции $y = 2x + 1$.

B6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найти второй катет.

а) 4 см; б) 16 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

B7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 7600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 608 руб.; в) 8200 руб.; г) 7600 руб.; д) 8000 руб.

C8. Упростить выражение $\frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$.

2 вариант

A1. Решить уравнение $x(x - 4) = -3$

а) 3 и 1; б) 4,5; в) 3; г) -3 и 1; д) 1.

A2. Решите неравенство $5 \cdot (x + 4) < 2 \cdot (4x - 5)$

а) $x < -10$; б) $x < -4$; в) $x > -10$; г) $x > 10$; д) $x < -1,8$.

A3. Вычислить $\left(\frac{5}{7} : \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{8}{11} + 1$.

а) $\frac{15}{14}$; б) 1; в) $-3\frac{11}{12}$; г) - 1; д) $2\frac{11}{12}$.

А4. Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6}$ при $c = 4$.

а) 16; б) $-\frac{1}{16}$; в) 4; г) - 16; д) $\frac{1}{16}$.

А5. Построить график функции $y = -2x + 1$.

В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 8 см. Найти второй катет.

а) 4 см; б) 6 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 8600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 688 руб.; в) 9288 руб.; г) 8600 руб.; д) 8000 руб.

С8. Упростить выражение $\frac{x-y}{x+y} - \frac{y}{x-y}$.

Таблица правильных ответов

Задания	А1	А2	А3	А4	А5	В6	В7	С8
1 вариант	а	д	в	д		в	а	$\frac{b(3a-b)}{a^2-b^2}$
2 вариант	а	г	б	д		б	в	$\frac{x(x-3y)}{x^2-y^2}$

**3. 2. 2. Задания для текущего контроля
Практические занятия.**

Практическое занятие № 1: Целые и рациональные числа.

Вариант I.

1. Разложите на множители:

- 1) а) $4a^2 - 4b^2$; б) $m^3 + m$; в) $n - n^5$;
2) а) $x^3 - 10x^2 + 25x$; б) $36y^3 - 60y^2 + 72y$;
3) а) $a^2 - b^2 + a - b$; б) $x^2 - 10x + 25 - 4y^2$.

2) Разложите на множители многочлен $a^3 + b^3 - a^2b - ab^2$.

3) Представьте трехчлен $y^2 - 9y + 20$ в виде произведения двух двучленов.

Вариант II.

1. Разложите на множители:

- 1) а) $12b - 48$; б) $x^3 + x$; в) $3n - 3n^5$;
2) а) $x^3 - 10x^2 + 25x$; б) $36y^3 - 60y^2 + 72y$;
3) а) $a^2 - b^2 + a - b$; б) $x^2 - 10x + 25 - 4y^2$.

2) Разложите на множители многочлен $a^3 - b^3 + 3a^2b - 3ab^2$.

3) Представьте трехчлен $y^2 - 8y + 12$ в виде произведения двух двучленов.

Практическое занятие № 2: Действительные числа.

Вариант I.

1. Найдите значение выражения:

- а) $\frac{3p+9}{4}$ при $p = 0,2$; б) $\frac{q^2-4q-5}{3}$ при $q = 1,2$.

2. Заполните таблицу:

n	-3	-1	0	0,5	2	8
$\frac{n}{n+2}$						

3. Составьте дробь, у которой:

- а) числитель — разность переменных x и y , а знаменатель — их сумма;
б) числитель — разность квадратов переменных a и b , а знаменатель — их произведение.

Вариант II.

1. Найдите значение выражения:

- а) $\frac{3p+9}{4}$ при $p = 0,2$; б) $\frac{q^2-4q-5}{3}$ при $q = 1,2$.

2. Заполните таблицу:

m	- 4	- 2	0,5	1	2.5	4
$\frac{m-2}{m}$						

3. Составьте дробь, у которой:

- а) числитель — сумма переменных x и y , а знаменатель — их разность;
 б) числитель — произведение переменных a и b , а знаменатель — их суммой квадратов.

Практическое занятие № 3: Приближенные вычисления.

- Что называется абсолютной погрешностью? Найдите абсолютную погрешность приближения:
 - а) числа 0,417 десятичной дробью 0,42;
 - б) числа $\frac{1}{3}$ десятичной дробью 0,3.
- Что означает запись $x = a \pm h$? Известно, что $x = 1,24 \pm 0,02$. Запишите это условие в виде двойного неравенства.
- Пусть $x = 6,3 \pm 0,1$. Может ли число x быть равным 6,35; 6,22; 6,43?
- Докажите, что число 0,14 является приближенным значением дроби $\frac{1}{7}$ с точностью до 0,01.
- Сформулируйте правило округления чисел. Округлите число 186,516 до сотых, десятых, единиц, десятков, сотен.
- Представьте в виде десятичной дроби с точностью до 0,1 число:
 - а) $8,26$; б) $1,33$; в) $\frac{1}{7}$; г) $\frac{5}{6}$; д) $\frac{8}{3}$.
- Что называется относительной погрешностью? Округлите число до единиц и найдите абсолютную и относительную погрешность округления:
 - а) 5,16; б) 9,731; в) 0,916.
- Найдите относительную погрешность приближения:
 - а) числа $\frac{1}{6}$ числом 0,16; б) числа $\frac{5}{3}$ числом 1,7.
- Измеряя длину некоторого стержня разными приборами, получили в первом случае, что $l = 46 \pm 1$ см, а во втором, что $l = 46,1 \pm 0,1$ см. Оцените относительную погрешность каждого результата.
- Какую запись называют стандартным видом числа? Какие из следующих чисел записаны в стандартном виде: $4,2 \cdot 10^5$; $12,6 \cdot 10^{-3}$; $0,8 \cdot 10^4$; $1,88 \cdot 10^{-11}$?
- Запишите в стандартном виде число: а) 12,64; б) 124,8; в) 0,276; г) 0,0144.

Практическое занятие №4: Арифметические действия над комплексными числами.

1. Найти сумму комплексных чисел:

- 1) $(3 + i) + (2 + 3i)$; 2) $(3 - 5i) + (2 + i)$; 3) $(1 + 3i) + (-3 + i)$;
 4) $(-4 + 3i) + (4 - 3i)$; 5) $(1 + i) + (-1 - i)$; 6) $(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i) + (\frac{1}{2} - \frac{2}{3}i)$.

2. Найти разность комплексных чисел: 1) $(2 + 3i) - (3 + i)$;
 2) $(3 - 5i) - (2 + 3i)$; 3) $(1 + 3i) - (-3 + i)$; 4) $(4 + 3i) - (4 - 3i)$;
 5) $(4 + i) - (-5 + i)$; 6) $(7 + 2i) - (3 + 2i)$.
3. Найти произведение комплексных чисел: 1) $(2 + 3i) \cdot (3 + i)$;
 2) $(4 + 7i) \cdot (2 - i)$; 3) $(1 + 3i) \cdot (-3 + i)$; 4) $(-2 + i) \cdot (7 - 3i)$.
4. Записать комплексное число, сопряженное с данным числом:
 1) $1 + i$; 2) $2 + 3i$; 3) $-3 + 4i$;
 4) $-7 - 5i$; 5) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}i$; 6) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i$.
5. Найти частное двух комплексных чисел:
 а) $\frac{3-4i}{2+i}$; б) $\frac{2+3i}{2-3i}$; в) $\frac{1+2i}{3-2i}$; г) $\frac{1+i}{1-i}$

Практическое занятие №5: Входной срез.

Вариант I.

1. Упростите выражение:

$$\frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$$

2. Вычислить:

а) $(7^{-3})^{-\frac{2}{5}}$; б) $\left(2^{\frac{5}{8}} * 3^{-\frac{1}{8}} - 3^{\frac{5}{8}} 2^{-\frac{1}{8}} \right) \sqrt[5]{6}$;

в) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$;

3. Решите уравнение:

$$\sqrt{x^2 + 5x + 1} + 1 - 2x = 0$$

4. Доказать, что если через каждую из двух параллельных прямых проведена плоскость, причем эти плоскости пересекаются, то линия их пересечения параллельна каждой из данных прямых.

5. Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров нет.

Вариант II.

$$\frac{b^{\frac{1}{5}}(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}})}{b^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}})}$$

1. Упростите выражение:

2. Вычислить:

а) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}$; б) $\left(5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}\right) \sqrt[4]{1000}$; в) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$;

3. Решите уравнение: $\sqrt{5x^2 - 1} = x$

4. Доказать, что если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

5. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Практическое занятие №6 : Корень n-й степени.

Вариант I.

1. Упростить:

а) $\frac{2\sqrt{75} - 4\sqrt{8} + 8\sqrt{2}}{3\sqrt{27} + 4\sqrt{75}}$; б) $\frac{2\sqrt{80} + 3\sqrt{45}}{5\sqrt{320} - 3\sqrt{5}}$;

2. Найдите значение числового выражения: а) $\sqrt[4]{(-11)}$; б) $\sqrt[3]{25 * 135}$.

3. Сравните числа: $\sqrt[6]{80}$ и $\sqrt[3]{9}$.

Вариант II.

1. Упростить:

а) $\frac{5\sqrt{75} + 4\sqrt{8} - 8\sqrt{2}}{3\sqrt{27} - 4\sqrt{75}}$; б) $\frac{2\sqrt{80} + 3\sqrt{5}}{5\sqrt{20} - 3\sqrt{5}}$;

2. Найдите значение числового выражения: а) $\sqrt[5]{(-32)}$; б) $\sqrt[3]{9 * 375}$.

3. Сравните числа: $\sqrt[5]{7}$ и $\sqrt[10]{47}$.

Практическое занятие №7 : Свойства корня n-й степени.

Вариант I.

1. Верно ли равенство $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = 2 - \sqrt{5}$?

2. Найдите значение числового выражения:

$$а) \sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}} * \sqrt[5]{8}; \quad б) \left(\sqrt{3^3} + \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^3} \right) : \left(\sqrt{3} + \sqrt{\frac{1}{3}} \right).$$

Вариант II.

1. Верно ли равенство $\sqrt{99 - 10\sqrt{2}} = 7 - 5\sqrt{2}$?

2. Найдите значение числового выражения:

$$а) \sqrt[6]{3\sqrt[7]{3^5}} : \sqrt[7]{9}; \quad б) \left(\sqrt{5^3} - \sqrt{\frac{1}{5^3}} \right) : \left(\sqrt{5} - \sqrt{\frac{1}{5}} \right).$$

Практическое занятие №8 : Решение иррациональных уравнений.

Решите уравнение:

1) $\sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 3$; 2) $\sqrt{5+x} = 3$; 3) $\sqrt{4-x} = 5$;

4) $\sqrt{57 + \sqrt{x-3}} = 2$; 5) $\sqrt{9-x} = 5$; 6) $\sqrt{4+x} = 5$;

7) $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 1$; 8) $\sqrt{61-x^2} = 5$; 9) $\sqrt{x+1} = x-5$;

10) $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x^2-2x+4}$; 11) $x = \sqrt[3]{x^3 + x^2 - 6x + 8}$.

Практическое занятие №9 : Степень с рациональным показателем.

Найдите значение числового выражения:

1) $243^{0,4}$; 2) $\left(\frac{64^4}{3^8}\right)^{-\frac{1}{8}}$; 3) $16^{1,25}$;

4) $8^{\frac{1}{2}} : \left(8^{\frac{1}{6}} * 9^{\frac{3}{2}}\right)$; 5) $\sqrt{100} * \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$; 6) $(ax)^{\frac{1}{3}} + (ay)^{\frac{1}{3}}$;

7) $\frac{a-6}{\frac{1}{a^2-6^2}}$; 8) $\left(\frac{1}{a+a^26^2} + \frac{1}{a-a^26^2}\right) * \frac{a^3-6^3}{a^2+a6+6^2}$.

Практическое занятие №10 : Степени с действительными показателями.

1. Вычислите:

$16^{0,25}$; $25^{-0,5}$; $(-0,5)^{-4}$; $0,4^{-2,7}$; $6^{1,7}$;

$$64^{\frac{2}{3}} * 4^{\frac{1}{2}} * (8^0)^{-3}; \quad 625^{\frac{1}{4}} * 8^{\frac{1}{23}} * (32^0)^{-5};$$

$$27^{\frac{2}{3}} * 4^{\frac{1}{2}} * (8^0)^{-3}; \quad 64^{\frac{2}{3}} * 25^{\frac{1}{2}} * (810^0)^{-2}.$$

Практическое занятие №11 : Логарифм числа.

Проверьте справедливость равенств:

а) $\log_3 81 = -4$; б) $\log_{16} 1 = 0$; в) $\log_4 16 = 2$; г) $\log_5 125 = 3$;

д) $\log_5 0.04 = -2$; ж) $\log_7 343 = 3$; з) $\log_{0.5} 4 = -2$;

и) $\log_{0.2} 0,008 = 3$.

Практическое занятие №12 : Основное логарифмическое тождество.

Упростите выражения, пользуясь основным логарифмическим тождеством

а) $1,7^{\log_{1,7} x}$; б) $2^{\log_2 5}$; в) $3,8^{\log_{3,8} 11}$; г) $5^{1+\log_5 3}$;

д) $5^{1+\log_5 3}$; ж) $5^{2-\log_5 18}$; з) $6^{-2\log_6 5}$; и) $4^{2\log_4 3}$.

Практическое занятие №13 : Правила действий с логарифмами.

1. Найдите x, если:

а) $\log_6 x = 3\log_6 2 + 0.5 \log_6 25 - 2 \log_6 3$;

б) $\lg x = \frac{1}{2} \lg 5a - 3 \lg b + 4 \lg c$;

г) $\log_4 x = \frac{1}{3} \log_4 216 - 2 \log_4 10 + 4 \log_4 3$.

2. Вычислите:

а) $\log_2 11 - \log_2 44$; б) $\log 0.39 - 2 \log 0.310$; в) $\log_2 7 - \log_2 \frac{1}{16}$;

г) $\lg 13 - \lg 130$.

Практическое занятие №14 : Переход к новому основанию.

Вычислите:

а) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3}$; б) $\frac{\log_3 16}{\log_3 4}$; в) $\frac{\log_2 16}{\log_2 4}$; г) $\frac{\log_3 32}{\log_3 2}$; д) $\frac{\log_3 144}{\log_3 12}$; е) $\frac{\log_3 343}{\log_3 3}$;

$$\text{ж) } \frac{\log_5 16}{\log_5 4}; \text{ з) } \frac{\log_6 9}{\log_6 3};$$

Практическое занятие №15: Параллельные прямые в пространстве.

1. Параллельные прямые a и b лежат в плоскости α . Докажите, что прямая c , пересекающая прямые a и b , также лежит в плоскости α .
2. Точка C лежит на отрезке AB . Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C — параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка CC_1 , если: а) точка C — середина отрезка AB и $BB_1 = 7$ см; б) $AC:CB = 3:2$ и $BB_1 = 20$ см.
3. Стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ пересекают плоскость α . Докажите, что прямые AD и DC также пересекают плоскость α .
4. Средняя линия трапеции лежит в плоскости α . Пересекают ли прямые, содержащие основания трапеции, плоскость α ? Ответ обоснуйте.

Практическое занятие №16: Параллельность прямой и плоскости.

1. Треугольники ABC и ABD не лежат в одной плоскости. Докажите, что любая прямая, параллельная отрезку CD , пересекает плоскости данных треугольников.
2. Точки A и B лежат в плоскости α , а точка C не лежит в этой плоскости. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков AC и BC , параллельна плоскости α .
3. Точка M не лежит в плоскости прямоугольника $ABCD$. Докажите, что прямая CD параллельна плоскости ABM .
4. Точка M не лежит в плоскости трапеции $ABCD$ с основанием AD . Докажите, что прямая AD параллельна плоскости BMC .

Практическое занятие №17: Скрещивающиеся прямые.

1. Точка D не лежит в плоскости треугольника ABC , точки M , N и P — середины отрезков DA , DB и DC соответственно, точка K лежит на отрезке BN . Выясните взаимное расположение прямых: а) ND и AB ; б) PK и BC ; в) MN и AB ; г) MP и AC ; д) KN и AC ; е) MD и BC .
2. Через точку M , не лежащую на прямой a , проведены две прямые, не имеющие общих точек с прямой a . Докажите, что по крайней мере одна из этих прямых и прямая a являются скрещивающимися прямыми.
3. Прямая c пересекает прямую a и не пересекает прямую b , параллельную прямой a . Докажите, что b и c — скрещивающиеся прямые.
4. Прямая t пересекает сторону AB треугольника ABC . Каково взаимное расположение прямых t и BC , если: а) прямая t лежит в плоскости ABC и не имеет общих точек с отрезком AC ; б) прямая t не лежит в плоскости ABC ?
5. Через вершину A ромба $ABCD$ проведена прямая a , параллельная диагонали BD , а через вершину C — прямая b , не лежащая в плоскости ромба. Докажите, что: а) прямые a и CD пересекаются; б) a и b скрещивающиеся прямые.
6. Докажите, что если AB и CD скрещивающиеся прямые, то AD и BC также скрещивающиеся прямые.
7. На скрещивающихся прямых a и b отмечены соответственно точки M и N . Через прямую a и точку N проведена плоскость α , а через прямую b и точку M — плоскость ρ . а) Лежит ли прямая b в плоскости α ? б) Пересекаются ли плоскости α и ρ ? При положительном ответе укажите прямую, по которой они пересекаются.
8. Может ли каждая из двух скрещивающихся прямых быть параллельна третьей прямой? Ответ обоснуйте.

Практическое занятие №18: Параллельные плоскости.

1. Укажите модели параллельных плоскостей на предметах классной обстановки.

2. Прямая m пересекает плоскость α в точке B . Существует ли плоскость, проходящая через прямую m и параллельная плоскости α ?
3. Плоскости α и ρ параллельны, прямая t лежит в плоскости α . Докажите, что прямая t параллельна плоскости ρ .
4. Докажите, что плоскости α и ρ параллельны, если две пересекающиеся прямые t и l плоскости α параллельны плоскости ρ .

Практическое занятие №19: Свойства параллельных плоскостей.

1. Две стороны треугольника параллельны плоскости α . Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α .
2. Три отрезка A_1A_2 , B_1B_2 и C_1C_2 , не лежащие в одной плоскости, имеют общую середину. Докажите, что плоскости $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ параллельны.
3. Точка B не лежит в плоскости треугольника ADC , точки M , N и P — середины отрезков BA , BC и BD соответственно.
 - а) Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.
 - б) Найдите площадь треугольника MNP , если площадь треугольника ADC равна 48 см^2 .
4. Докажите, что если прямая a пересекает плоскость α , то она пересекает также любую плоскость, параллельную плоскости α .

Практическое занятие №20: Бином Ньютона.

Выполните действия:

$$(a+b)^2; (a+b)^3; (a+b)^4; (a+b)^5; (a+b)^6.$$

$$(a-b)^2; (a-b)^3; (a-b)^4; (a-b)^5; (a-b)^6.$$

Практическое занятие №21: Треугольник Паскаля

Доказать, что значение выражение $5^n + 28n - 1$, где n – натуральное число, делится на 16 без остатка.

Практическое занятие №22: Понятие вектора в пространстве.

1. В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и K — середины ребер AC , BC и CD соответственно, $AB = 3 \text{ см}$, $BC = 4 \text{ см}$, $BD = 5 \text{ см}$.
Найдите длины векторов: а) AB , BC , BD , NM , BN , NK ;
б) CB , BA , DB , NC , KN .
2. Измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ таковы: $AD = 8 \text{ см}$, $AB = 9 \text{ см}$ и $AA_1 = 12 \text{ см}$. Найдите длины векторов: а) CC_1 , CB , CD ; б) DC_1 , DB , DB_1 .
3. Справедливо ли утверждение: а) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, коллинеарны между собой; б) два вектора, сонаправленные с ненулевым вектором, сонаправлены; в) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены?

Практическое занятие №23: Сложение и вычитание векторов.

1. Дан тетраэдр $ABCD$. Докажите, что: а) $AB + BD = AC + CD$; б) $AB + BC = DC + AD$;
в) $DC + BD = AC + BA$.
2. Назовите все векторы, образованные ребрами параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ которые: а) противоположны вектору CB ; б) противоположны вектору $B_1 A_1$; в) равны вектору DC .
3. Нарисуйте параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и обозначьте векторы $C_1 D_1$, BA_1 , AD соответственно через a , b , c . Изобразите на рисунке векторы: а) $a - b$; б) $a - c$; в) $b - a$;
г) $c - b$; д) $c - a$.

4. Пусть $ABCD$ — параллелограмм, а O — произвольная точка пространства. Докажите, что: а) $OB - OA = OC - OD$; б) $OB - OC = DA$.

5. В пространстве даны четыре точки A, B, C и D . Назовите вектор с началом и концом в данных точках, равный сумме: а) $(AB + CA + DC) + (BC + CD)$; б) $(AB - AC) + DC$.

Практическое занятие №24: Умножение вектора на число.

1. Диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ пересекаются в точке O . Найдите число k такое, что:

$$AB = k \cdot CD \quad \text{б) } AC = k \cdot AO \quad \text{в) } OB = k \cdot BD.$$

2. Упростите выражение: а) $2(m+n) - 3(4m-n) + m$; б) $m - 3(n - 2m + p) + 5(p - 4m)$.

3. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Докажите, что $AC_1 + B_1 D = 2BC$.

4. Упростите выражение: а) $OP - EP + KD - KA$; б) $AD + MP + EK - EP - MD$; в) $AC - BC - PM - AP + BM$.

Практическое занятие №25: Компланарные векторы.

1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Какие из следующих трех векторов компланарны: а) AA_1, CC_1, BB_1 ; б) AB, AD, AA_1 ; в) BB_1, AC, DD_1 .

2. Отрезок EF соединяет середины ребер AC и BD тетраэдра $ABCD$. Докажите, что $2FE = BA + DC$. Компланарны ли векторы FE, BA и DC ?

3. Даны параллелограммы $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$. Докажите, что векторы BB_1, CC_1 и DD_1 компланарны.

4. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов: а) $AB - AD + AA_1$; б) $DA + DC + DD_1$.

Практическое занятие №26: Правило параллелепипеда.

1. Точки A_1, B_1, C_1 и M_1 — основания перпендикуляров, проведенных к плоскости α из вершин треугольника ABC и из точки M пересечения медиан этого треугольника. Докажите, что $MM_1 = \frac{1}{3}$

$(AA_1 + BB_1 + CC_1)$. Останется ли верным равенство, если какие-то стороны треугольника ABC пересекаются с плоскостью α ?

2. Отрезки AB и CD не лежат в одной плоскости, точки M и N — середины этих отрезков. Докажите, что

$$MN < \frac{1}{2}(AC + BD).$$

3. В тетраэдре $ABCD$ точки K и M — середины ребер AB и CD . Докажите, что середины отрезков KC, KD, MA и MB являются вершинами некоторого параллелограмма.

Практическое занятие №27: Разложение вектора по трем некопланарным векторам.

1. В тетраэдре $ABCD$ медиана AA_1 грани ABC делится точкой K так, что $AK:KA_1 = 3:7$. Разложите вектор DK по векторам DA, DB, DC .

2. Точки M и N являются серединами ребер AB и $A_1 D_1$ параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Разложите, если это возможно, по векторам AB и AD вектор: а) AC ; б) CM . в) MD .

3. Медианы грани ABC тетраэдра $OABC$ пересекаются в точке M . Разложите вектор OA по векторам OB, OC, OM .

4. Высоты AM и DN правильного тетраэдра $ABCD$ пересекаются в точке K . Разложите по векторам $a = DA, b = DB, c = DC$ вектор: а) DN ; б) DK' ; в) AM ; г) MK .

Практическое занятие №28: Синус, косинус, тангенс и котангенс.

1. Докажите справедливость равенства

$$\frac{\sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} = 1 - \sin 2\alpha$$

2. Определите знак выражения:

а) $\cos 700^\circ \operatorname{tg} 380^\circ$; б) $\cos(-1) \sin(-2)$.

3. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

4. Вычислите: а) $\sin(-\frac{23}{6})$; б) $\operatorname{ctg}(-600^\circ)$.

5. Упростите выражение $1 + \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$.

6. Докажите тождество

$$\cos(2\alpha + \pi) = \cos^2(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi) \sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$$

Практическое занятие №29: Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.

1. Вычислите: а) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$; в) $\operatorname{arctg} 1 + \arccos 1$; г) $\sin(2 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2})$;

2. Найдите с помощью таблиц или калькулятора: а) $\arcsin(-0,9)$; б) $\arccos 0,179$; в) $\operatorname{arctg}(-\frac{1}{\pi})$.

Практическое занятие №30: Решение простейших тригонометрических уравнений.

Решите уравнение:

а) $\cos x = (-\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\sin 3x = -1$; в) $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$

г) $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$; д) $2 \cos^2 x + 2 \sin x = 2,5$.

Практическое занятие №31: Решение простейших тригонометрических неравенств.

Отметьте на единичной окружности множество точек P_t , для которых соответствующие значения t удовлетворяют условию:

а) $\sin t = \frac{1}{2}$; б) $\cos t < \frac{2}{3}$; в) $\operatorname{tg}^2 t \geq 4$.

Решите неравенство:

а) $\cos x \leq 1$ б) $\operatorname{tg} 3x > \sqrt{3}$ в) $\cos x \leq \frac{1}{2}$ г) $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ д) $\cos x \leq -1$

е) $2\sin x \leq 1$ ж) $2\sin x \geq -1$ з) $2\sin x \leq \sqrt{2}$ и) $2\sin x \geq \sqrt{2}$

Практическое занятие №32: Периодичность тригонометрических функций.

- Докажите, что функция f является периодической: а) $f(x) = 2 - \cos x$; б) $f(x) = \operatorname{tg} 2x$; $f(x) = \sin x + \cos x$; г) $f(x) = 3 + \sin^2 x$.
- Найдите наименьший положительный период каждой из функций
а) $y = 4 \cos 2x$ б) $y = 3 \operatorname{tg} 1,5x$; в) $y = \sin x \cos x$

Практическое занятие №33: Возрастание и убывание функций, экстремумы.

- Начертите эскиз графика функции f
а) f возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$ и убывает на промежутке $[2; \infty)$;
б) f возрастает на промежутках $(-\infty, -2]$ и $[0; 3]$, убывает на промежутках $[-2; 0]$ и $[3; \infty)$;
в) f убывает на промежутке $(-\infty; -1]$ и возрастает на промежутке $[-1; \infty)$;
г) f убывает на промежутках $(-\infty; 1]$ и $[4; \infty)$, возрастает на промежутке $[1; 4]$.
- а) $x_{\max} = -3, x_{\min} = 4, f(-3) = 5, f(4) = -5$;
б) $x_{\min} = -2, x_{\max} = 2, x_{\text{тт}} = 0, f(-2) = f(2) = 3, f(0) = 2$;
в) $x_{\min} = -5, x_{\max} = 2, f(-5) = 1, f(2) = 6$;
г) $x_{\max} = -4, x_{\min} = 3, x_{\text{тт}} = -1, f(4) = 5, f(3) = 2, f(-3) = 2$
- а) f — четная функция, $x_{\max} = -3, x_{\min} = 0, f(-3) = 4, f(0) = 0$;
б) f — нечетная функция, $x_{\max} = 2, x_{\min} = 5, f(2) = 3, f(5) = -4$;
в) f — четная функция, $x_{\min} = 4, x_{\max} = 0, f(4) = -2, f(0) = 2$;
г) f — нечетная функция, $x_{\min} = -4, x_{\max} = -1, f(-4) = -3, f(-1) = 1$.
- Найдите промежутки возрастания и убывания, точки максимума и точки минимума функции, ее максимумы и минимумы
а) $y = -x^2 + 6x - 8$; б) $y = x^2 - 4x$

Практическое занятие №34: Свойства тригонометрических функций.

- Найдите область определения и область значений функции
а) $y = 4 \cos 2x$ б) $y = 3 \operatorname{tg} 1,5x$; в) $y = \sin x \cos x$
- Найдите промежутки знакопостоянства и нули функции
а) $y = 4 \cos 2x$ б) $y = 3 \operatorname{tg} 1,5x$; в) $y = \sin x \cos x$
- Исследуйте функцию и постройте её график

$y = 4 \cos 2x$

Практическое занятие №35: Показательная функция.

- Перечислите свойства функции и постройте ее график: а) $y = 4^x$; б) $y = 0,2^x$; в) $y = 0,7^x$; г) $y = 2,5^x$.
- Найдите область значений функции:
а) $y = -2^x$; б) $y = y = 4^x$; в) $y = 5^x - 2$.

Практическое занятие №36: Логарифмическая функция.

Найдите область определения выражения

а) $\log_{\pi}(10 - 5x)$; б) $\log_3(x - 4)$; в) $\log_5(6 + x - x^2)$;

Практическое занятие №37: Степенная функция.

1. Проходит ли график функции $y = x^5$ через точку $A(3; 243)$? $B(-3; 243)$? $C(5; 3125)$?
2. Принадлежит ли графику функции $y = x^7$ $B(-2; -128)$? $C(-3; 2187)$?
3. Используя калькулятор, найдите с точностью до 0,01 значение функции $y = x^5$ при:
а) $x = 0,72$; б) $x = 2,6$; в) $x = -3,4$.
4. Изобразите схематически график функции:
а) $y = x^6$; б) $y = x^5$; в) $y = x^7$ г) $y = x^9$.
5. В каких координатных четвертях расположен график функции:
а) $y = x^{40}$; б) $y = x^{123}$?
6. Выясните, сколько решений имеет уравнение:
в) $x^8 = -3$;
а) $x^{16} = 2$;
г) $x^{21} = -7$.
7. Постройте график функции $y = x^4$. Найдите по графику значения x , при которых:
а) $y = 5$; б) $y = 3,5$; в) $y = 8$.
8. Пользуясь графиком (задачи 7), решите уравнение:
а) $x^4 = 6$; б) $x^4 = 8,5$.
9. Решите графически уравнение:
а) $x^3 = 2$; б) $x^3 = 4$; в) $x^3 = -5$.
10. Укажите какое-нибудь значение аргумента, при котором значение функции $y = x^6$ больше, чем 2^6 ; 10^6 ; 10^{12} ; 10^{18} .

Практическое занятие №38: Геометрическое тело.

1. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.
2. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагонали параллелепипеда образуют с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.

Практическое занятие №39: Призма.

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположающую вершину нижнего основания.
2. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.
3. Через два противоположащих ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см². Найдите ребро куба и его диагональ.
4. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противоположащую сторону верхнего основания, если диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см.
5. Диагональ правильной четырехугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол в 30° . Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.

6. В правильной четырехугольной призме через диагональ основания проведено сечение параллельно диагонали призмы. Найдите площадь сечения, если сторона основания призмы равна 2 см, а ее высота равна 4 см.

Практическое занятие №40: Пирамида.

1. Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.
2. Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна 360 см^2 . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Основанием пирамиды является параллелограмм со сторонами 5 м и 4 м и меньшей диагональю 3 м. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 м. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
4. Основанием пирамиды является квадрат, одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания. Плоскость боковой грани, не проходящей через высоту пирамиды, наклонена к плоскости основания под углом 45° . Наибольшее боковое ребро равно 12 см. Найдите: а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности пирамиды.
5. Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник ABC , у которого $AB=AC=13$ см, $BC=10$ см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
6. Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC , у которого гипотенуза AB равна 29 см, катет AC равен 21 см. Ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
7. Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы 30° и 45° . Найдите площадь поверхности пирамиды.
8. Высота треугольной пирамиды равна 40 см, а высота каждой боковой грани, проведенная из вершины пирамиды, равна 41 см. а) Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в ее основание, б) Найдите площадь основания пирамиды, если его периметр равен 42 см.
9. Двугранные углы при основании пирамиды равны. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны; в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины.
10. Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
11. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания.
12. Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом 120° . Боковые ребра образуют с ее высотой, равной 16 см, углы в 45° . Найдите площадь основания пирамиды.
13. Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник с гипотенузой BC . Боковые ребра пирамиды равны друг другу, а ее высота равна 12 см. Найдите боковое ребро пирамиды, если $BC=10$ см.

Практическое занятие №41: Правильная и усеченная пирамида.

1. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a , высота равна H . Найдите: а) боковое ребро пирамиды; б) плоский угол при вершине пирамиды; в) угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды; г) угол между боковой гранью и основанием пирамиды; д) двугранный угол при боковом ребре пирамиды.
2. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, а плоский угол при вершине равен α . Найдите высоту пирамиды.

3. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна m , а плоский угол при вершине равен α . Найдите: а) высоту пирамиды; б) боковое ребро; в) угол между боковой гранью и плоскостью основания; г) двугранный угол при боковом ребре пирамиды.
4. Высота правильной-треугольной пирамиды равна h , а двугранный угол при стороне основания равен 45° . Найдите площадь поверхности пирамиды.
5. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды образует угол в 60° с плоскостью основания. Найдите площадь поверхности пирамиды, если боковое ребро равно 12 см.
6. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60° . Найдите боковое ребро пирамиды.
7. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ через боковое ребро DC и высоту DO пирамиды проведена плоскость α . Докажите, что: а) ребро AB перпендикулярно к плоскости α ; б) перпендикуляр, проведенный из вершины C к апофеме грани ADB , является перпендикуляром к плоскости ADB .
8. Докажите, что в правильной треугольной пирамиде скрещивающиеся ребра взаимно перпендикулярны.
9. Докажите, что плоскость, проходящая через высоту правильной пирамиды и высоту боковой грани, перпендикулярна к плоскости боковой грани.

Практическое занятие №42: Правильные многогранники.

1. Сколько центров симметрии имеет: а) параллелепипед; б) правильная треугольная призма; в) двугранный угол; г) отрезок?
2. Сколько осей симметрии имеет: а) отрезок; б) правильный треугольник; в) куб?
3. Сколько плоскостей симметрии имеет: а) правильная четырехугольная призма, отличная от куба; б) правильная четырехугольная пирамида; в) правильная треугольная пирамида?
4. Найдите угол между двумя диагоналями граней куба, имеющими общий конец.
5. Ребро куба равно a . Найдите площадь сечения, проходящего через диагонали двух его граней.

Практическое занятие №43: Цилиндр.

1. Докажите, что осевое сечение цилиндра является прямоугольником, две противоположные стороны которого — образующие, а две другие — диаметры оснований цилиндра. Найдите диагональ осевого сечения, если радиус цилиндра равен 1,5 м, а высота — 4 м.
2. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите: а) высоту цилиндра; б) радиус цилиндра; в) площадь основания цилиндра.
3. Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.
4. Осевые сечения двух цилиндров равны. Равны ли высоты этих цилиндров?
5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2 , а площадь основания — 5 м^2 . Найдите высоту цилиндра.
6. Концы отрезка AB лежат на окружностях оснований цилиндра. Радиус цилиндра равен r , его высота — H , а расстояние между прямой AB и осью цилиндра равно d . Найдите: а) H , если $r = 10 \text{ дм}$, $d = 8 \text{ дм}$, $AB = 13 \text{ дм}$; б) d , если $H = 6 \text{ см}$, $r = 5 \text{ см}$, $AB = 10 \text{ см}$.
7. Докажите, что если секущая плоскость параллельна оси цилиндра и расстояние между этой плоскостью и осью цилиндра меньше его радиуса, то сечение цилиндра представляет собой прямоугольник, две противоположные стороны которого — образующие цилиндра.
8. Высота цилиндра равна 8 см, радиус равен 5 см. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси, если расстояние между этой плоскостью и осью цилиндра равно 3 см.
9. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси,

Практическое занятие №44: Конус.

- Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.
- Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости ^л основания под углом α . Найдите площадь основания конуса, если: а) $\alpha = 30^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 60^\circ$.
- Высота конуса равна 8 дм. На каком расстоянии от вершины конуса надо провести плоскость, параллельную основанию, чтобы площадь сечения была равна: а) половине площади основания; б) четверти площади основания?
- Осевое сечение конуса — прямоугольный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если радиус основания конуса равен 5 см.
- Осевое сечение конуса — правильный треугольник со стороной $2g$. Найдите площадь сечения, проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .
- Высота конуса равна h , а угол между высотой и образующей конуса равен 60° . Найдите площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две взаимно перпендикулярные образующие.
- Найдите высоту конуса, если площадь его осевого сечения равна 6 дм^2 , а площадь основания равна 8 дм^2 .
- Образующая конуса равна l , а радиус основания равен r . Найдите площадь сечения, проходящего через вершину конуса и хорду основания, стягивающую дугу: а) в 60° ; б) в 90° .
- Высота конуса равна 10 см. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину конуса и хорду основания, стягивающую дугу в 60° , если плоскость сечения образует с плоскостью основания конуса угол: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .

Практическое занятие №45: Усечённый конус.

- Радиусы оснований усеченного конуса равны 5 см и 11 см, а образующая равна 10 см. Найдите: а) высоту усеченного конуса; б) площадь осевого сечения.
- Радиусы оснований усеченного конуса равны R и r , где $R > r$, а образующая составляет с плоскостью основания угол в 45° . Найдите площадь осевого сечения.
- Площадь боковой поверхности конуса равна 80 см^2 . Через середину высоты конуса проведена плоскость, перпендикулярная к высоте. Найдите площадь боковой поверхности образовавшегося при этом усеченного конуса.
- Дана трапеция $ABCD$, в которой $\angle A = 90^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, $BC = 4 \text{ см}$, $CD = 3\sqrt{2} \text{ см}$. Вычислите площади боковой и полной поверхностей усеченного конуса, образованного вращением данной трапеции вокруг стороны AB .
- Ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований которого равны 15 см и 10 см, образующая равна 30 см. Сколько килограммов краски нужно взять для того, чтобы покрасить с обеих сторон 100 таких ведер, если на 1 м^2 требуется 150 г краски? (Толщину стенок ведер в расчет не принимать.)

Практическое занятие №46: Шар и сфера.

- Точка M — середина отрезка AB , концы которого лежат на сфере радиуса R с центром O . Найдите: а) OM , если $R = 50 \text{ см}$, $AB = 40 \text{ см}$; б) OM , если $R = 15 \text{ мм}$, $AB = 18 \text{ мм}$; в) AB , если $R = 10 \text{ дм}$, $OM = 60 \text{ см}$; г) AM , если $R = a$, $OM = b$.
- Точки A и B лежат на сфере радиуса R . Найдите расстояние от центра сферы до прямой AB , если $AB = m$.
- Найдите уравнение сферы радиуса R с центром A , если: а) $A(2; -4; 7)$, $R = 3$; б) $A(0; 0; 0)$, $R = \sqrt{2}$; в) $A(2; 0; 0)$, $R = 4$.
- Напишите уравнение сферы с центром A , проходящей через точку N , если: а) $A(-2; 2; 0)$, $N(5; 0; -1)$; б) $A(-2; 2; 0)$, $N(0; 0; 0)$; в) $A(0; 0; 0)$, $N(5; 3; 1)$.
- Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением: а) $x^2 + y^2 + z^2 = 49$; б) $(x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 2$. Докажите, что каждое из следующих уравнений является уравнением сферы. Найдите координаты центра и радиус этой сферы: а) $x^2 - 4x + t^2 + 2 = 0$; б) $x^2 + 2x + y^2 + z^2 = 3$; в) $x^2 - x + y^2 + 3y + z^2 =$

6. Вершины треугольника ABC лежат на сфере радиуса 13 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если $AB = 6$ см, $BC = 8$ см, $AC = 10$ см.
7. Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см.
8. Стороны треугольника касаются сферы радиуса 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если его стороны равны 10 см, 10 см и 12 см.
9. Все стороны треугольника ABC касаются сферы радиуса 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если $AB = 13$ см, $BC = 14$ см, $CA = 15$ см.
10. Все стороны ромба, диагонали которого равны 15 см и 20 см, касаются сферы радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости ромба.
11. Отрезок OH — высота тетраэдра $OABC$. Выясните взаимное расположение сферы радиуса R с центром O и плоскости ABC , если: а) $\angle C = 60^\circ$, $OH = 60$ см; б) $R = 3$ м, $OH = 95$ см; в) $\angle C = 50^\circ$, $OA = 45$ см; г) $R = 3,5$ дм, $OЯ = 40$ см.

Практическое занятие №47: Сечения тел вращения.

1. Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.
2. Расстояние от центра шара радиуса R до секущей плоскости равно d . Вычислите: а) площадь S сечения, если $R = 12$ см, $d = 8$ см; б) R , если площадь сечения равна 12 см², $d = 2$ см.
3. Через точку, делящую радиус сферы пополам, проведена секущая плоскость, перпендикулярная к этому радиусу. Радиус сферы равен R . Найдите: а) радиус полученного сечения; б) площадь боковой поверхности конуса, вершиной которого является центр сферы, а основанием — полученное сечение.
4. Секущая плоскость проходит через конец диаметра сферы радиуса R так, что угол между диаметром и плоскостью равен α . Найдите длину окружности, полученной в сечении, если: а) $R = 2$ см, $\alpha = 30^\circ$; б) $R = 5$ м, $\alpha = 45^\circ$.
5. Через точку сферы радиуса R , которая является границей данного шара, проведены две плоскости, одна из которых является касательной к сфере, а другая наклонена под углом φ к касательной плоскости. Найдите площадь сечения данного шара.
6. Сфера касается граней двугранного угла в 120° . Найдите радиус сферы и расстояние между точками касания, если расстояние от центра сферы до ребра двугранного угла равно a .
7. Радиус сферы равен 112 см. Точка, лежащая на плоскости, касательной к сфере, удалена от точки касания на 15 см. Найдите расстояние от этой точки до ближайшей к ней точки сферы.

Практическое занятие №48: Приращение функций.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0 , если:

а) $f(x) = -\frac{2}{x}$, $x_0 = -2$, $\Delta x = 0,1$;

б) $f(x) = 2x^2 - 3$, $x_0 = 3$, $\Delta x = 0,2$;

в) $f(x) = 3x + 1$, $x_0 = 5$, $\Delta x = 0,01$;

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0 , если:

а) $f(x) = \cos^2 x$, $x_0 = \frac{2\pi}{3}$, $x = \frac{3\pi}{4}$;

б) $f(x) = 4x - x^2$, $x_0 = 2,5$, $x = 2,6$;

в) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{3}$;

3. Выразите приращение функции f в точке x_0 через x_0 и Δx , если:

а) $f(x) = 1 - 3x^2$; б) $f(x) = ax + b$; в) $f(x) = 2x^2$

Практическое занятие №49: Понятие о производной.

- Используя формулы дифференцирования, найдите производную функции f в точке X_0 , если:
 - $f(x) = x^3$, x_0 равно 2; —1,5;
 - $f(x) = 4 - 2x$, x_0 равно 0,5; —3;
 - $f(x) = 3x - 2$, X_0 равно 5; —2;
 - $f(x) = x^2$, X_0 равно 2,5; —1.
- Пользуясь определением производной, найдите значения производной функции f , если:
 - $f(x) = x^2 - 3x$ в точках —1; 2; б) $f(x) = 2x^3$ в точках 0; 1;
 - $f(x) = \sqrt{x}$ в точках —2; 1; г) $f(x) = 4 - x^2$ в точках 3; 0.
- Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2$, проходящей через его точку с абсциссой x_0 , если:
 - $x_0 = -1$; б) $x_0 = 3$; в) $x_0 = 0$; г) $x_0 = 2$.
- Пользуясь определением, найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент t_0 :
 - $x(t) = -t^2 + 8t$, $t_0 = 6$; б) $x(t) = 3t^3 + 2$, $t_0 = 2$.

Практическое занятие №50: Правила вычисления производных.

Найдите производные функций

- $f(x) = x^2 + x^3$, б) $f(x) = \frac{1}{x} + 5x - 2$; в) $f(x) = x^2 + 3x - 1$; г) $f(x) = x^3 + \sqrt{x}$
- д) $f(x) = x^3(4 + 2x - x^2)$; е) $f(x) = x(3x + x^3)$; ж) $f(x) = (2x - 3)(1 - x^3)$.
- з) $y = x^7 - 4x^5 + 2x$

Вычислите значения производной функции f в данных точках:

- $f(x) = x^2 - 3x$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = 2$;
 - б) $f(x) = x - 4\sqrt{x}$; $x = 0,01$, $x = 4$;
- Решите уравнение $f'(x) = 0$, если:
 - $f(x) = 2x^2 - x - 1$, б) $f(x) = -1 - x^3 + x^2 + 12$,
 - в) $f(x) = 5x^2 - 4x$; г) $f(x) = 2x - 5x^2$.

Практическое занятие №51: Производная сложной функции.

Задайте формулами элементарные функции f и g , из которых составлена сложная функция $h(x) = g(f(x))$

- $h(x) = \cos 3x$; б) $h(x) = \sin 2x$; в) $h(x) = \operatorname{tg} 4x$; г) $h(x) = \cos(3x + \pi)$.
- а) $h(x) = (3 - 5x)^5$; б) $h(x) = (2x + 1)^7$; в) $h(x) = \operatorname{tg}^{\frac{1}{x}}$

Найдите производные функций

224. а) $f(x) = (2x - 7)^8$; б) $f(x) = (3 - 5x)^5$
- в) $f(x) = (9x + 5)^4$; г) $f(x) = (2x + 1)^7(6x - 1)^5$ д) $f(x) = (5x - 2)^{13} - (4x + 7)^{16}$.

Практическое занятие №52: Производные тригонометрических функций.

Найдите производную каждой из функций

- $y = 2\sin x$; б) $y = 1 - \sin x$
- в) $y = 0,5 \sin x$; г) $y = 0,5 + 1,5 \sin x$.

а) $y = 3 \cos x$ б) $y = x + 2 \cos x$;
 в) $y = 1 \cos x$ г) $y = 2 \sin x + 1,5 \cos x$. д) $y = \cos x - \operatorname{tg} x$

Найдите производную каждой из функций

а) $f(x) = x^3 \sin 2\pi$; б) $f(x) = x^4 + \operatorname{tg} 2x$;

а) $f(x) = \sin^2 x$ б) $f(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$; в) $f(x) = \cos^2 x$; г) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$.

а) $f(x) = \sin x + \sin 2x$; б) $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$; в) $f(x) = \sin 5x \sin 3x + \cos 5x \cos 3x$; г) $f(x) = \sin 3x + \cos 3x$.

Найдите точки, в которых $f'(x) = 0, f'(x) > 0$, если:

а) $f(x) = -2 \sin^2 x - x$; б) $f(x) = 2x + \cos(4x - \pi)$;
 в) $f(x) = \cos 2\pi$; г) $f(x) = \sin 2x$

Задайте формулой хотя бы одну функцию f , если: а) $f'(x) = 1 - \sin x$; б) $f(x) = 2 \cos 2\pi$;
 в) $f(x) = -\cos x$; г) $f(\pi) = 3 \sin x$.

Практическое занятие №53: Касательная к графику функции.

Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0

в) $f(x) = x^2 - (-1)$, $x_0 = 0$, $x_0 = 1$;

г) $f(x) = x^3 - 1$, $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.

а) $f(x) = 3 \sin \pi$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$;

б) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $x_0 = f$;

в) $f(x) = 1 + \cos x$, $x_0 = 0$, $x_0 = -j$;

г) $f(x) = -2 \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$.

Найдите точки графика функции f , в которых касательная параллельна оси абсцисс

а) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$; б) $f(x) = y - x^4 + 16x$

Практическое занятие №54: Приближенные вычисления.

Вычислите с помощью формулы (1) приближенные значения функции в точках x_1 и x_2 :

а) $f(x) = x^5 + 2x$, $x_1 = 2,016$, $x_2 = 0,97$;

б) $f(x) = x^4 - x^2$, $x_1 = 1,995$, $x_2 = 0,96$;

в) $f(x) = x^3 - x$, $x_1 = 3,02$, $x_2 = 0,92$;

Вычислите с помощью формул приближенные значения:

а) 1,002; б) 0,995⁶; в) 1,03²⁰⁰; г) 0,998

Практическое занятие №55: Примеры применения производной к исследованию функций.

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функций

а) $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$; б) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$;

в) $f(x) = 4x - 5$; г) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$.

а) $f(x) = -\frac{1}{x} + 1$; б) $f(x) = x^2(x - 3)$;

в) $f(x) = x^3 - 27x$.

а) $f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$; б) $f(x) = 4 - x^4$; в) $f(x) = x(x^a - 12)$;

2. Постройте эскиз графика функции f , удовлетворяющей условиям:

а) $D(f) = [-2; 5]$, $f'(x) > 0$ при $x \in (-2; 5)$;

б) $D(f) = [1; 6]$, $f'(x) < 0$ при $x \in (1; 3) \cup (3; 6)$, $f'(3) = 0$;

в) $D(f) = [-2; 5]$, $f'(x) > 0$ при $x \in (-2; 1) \cup (1; 5)$, $f'(1) = 0$;

г) $D(f) = [1; 6]$, $f'(x) < 0$ при $x \in (1; 6)$.

Практическое занятие №56: Производная логарифмической функций.

1. Найдите по таблицам натуральных логарифмов (или с помощью калькулятора):

а) $\ln 3$, $\ln 5,6$, $\ln 1,7$;

б) $\ln 8$; $\ln 17$; $\ln 1,3$;

в) $\ln 2$, $\ln 35$, $\ln 1,4$;

г) $\ln 7$, $\ln 23$, $\ln 1,5$.

2. Найдите производную каждой из функций

а) $y = 4e^x + 5$;

б) $y = 2x + 3e$

в) $y = 3 - e^x$;

а) $y = e^x \cos x$;

б) $y = x^2 e^x$

в) $y = 3^x - 3x^2$

г) $y = 3e^x + 2^x$

3. Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0 :

а) $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$;

б) $f(x) = 3^x$, $x_0 = 1$;

Практическое занятие №57: Три правила нахождения первообразных.

Найдите общий вид первообразных

а) $f(x) = 3 - \frac{1}{2x}$;

б) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$;

в) $f(x) = 4x - 5$;

г) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$.

а) $f(x) = -\frac{1}{x} + 1$;

б) $f(x) = x^2(x - 3)$;

в) $f(x) = x^3 - 27x$.

а) $f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$; б) $f(x) = 4 - x^4$; в) $f(x) = x(x^a - 12)$;

Практическое занятие №58: Интеграл.

Вычислите интегралы

$$\int_{-1}^2 x^4 dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \quad \int_1^3 x^3 dx$$

$$\int_{-1}^2 x^6 dx \quad \int_0^2 x^{12} dx \quad \int_{-3}^2 x^4 dx$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{(2x+1)^2}$$

Практическое занятие №59: Объем и его измерение.

1. Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 9 м^2 . Найдите площадь сферы.
2. Площадь сферы равна 324 см^2 . Найдите радиус сферы.
3. Используя формулу площади сферы, докажите, что площади двух сфер пропорциональны квадратам их радиусов.
4. Вычислите радиус круга, площадь которого равна площади сферы радиуса 5 м .
5. Радиусы двух параллельных сечений сферы равны 9 см и 12 см . Расстояние между секущими плоскостями равно 3 см . Найдите площадь сферы.
6. Радиусы сечений сферы двумя взаимно перпендикулярными плоскостями равны r_1 и r_2 . Найдите площадь сферы, если сечения имеют единственную общую точку.
7. Используя формулу площади сферы, докажите, что площадь полной поверхности цилиндра, полученного при вращении квадрата вокруг одной из его сторон, равна площади сферы, радиус которой равен стороне квадрата.

Практическое занятие №60: Формулы объёмов многогранников.

1. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см , 12 см и 18 см . Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.
2. Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25 см , 12 см и $6,5 \text{ см}$. Плотность кирпича равна $1,8 \text{ г/см}^3$. Найдите его массу.
3. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $AC_1 = 13 \text{ см}$, $BD = 12 \text{ см}$ и $DC_1 = 11 \text{ см}$.
4. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в 30° с плоскостью боковой грани и угол в 45° с боковым ребром. Найдите объем параллелепипеда.
5. Диагональ прямоугольного параллелепипеда составляет угол α с плоскостью боковой грани и угол β с плоскостью основания. Найдите объем параллелепипеда, если его высота равна h .
6. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны a и b . Диагональ параллелепипеда составляет с боковой гранью, содержащей сторону основания, равную b , угол в 30° . Найдите объем параллелепипеда.
7. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагональ $B_1 D$ составляет с плоскостью основания угол в 45° , а двугранный угол $A_1 B_1 B D$ равен 60° . Найдите объем параллелепипеда, если диагональ основания равна 12 см .
8. Найдите объем прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $\angle BAC = 90^\circ$, $BC = 37 \text{ см}$, $AB = 35 \text{ см}$, $AA_1 = 1,1 \text{ дм}$.
9. Основанием прямой призмы является параллелограмм. Через сторону основания, равную a , и противоположащую ей сторону другого основания проведено сечение, составляющее угол ρ с плоскостью основания. Площадь сечения равна Q . Найдите объем призмы.
10. Найдите объем правильной n -угольной призмы, у которой каждое ребро равно a , если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$; г) $n = 8$.
11. В правильной треугольной призме через сторону нижнего основания и противоположащую ей вершину верхнего основания проведено сечение, составляющее угол в 60° с плоскостью основания. Найдите объем призмы, если сторона основания равна a .
12. Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 8 см и составляет с боковым ребром угол в 30° . Найдите объем призмы.

Практическое занятие №61: Формулы объёмов тел вращения.

1. Пусть V , r и h соответственно объем, радиус и высота цилиндра. Найдите: а) r , если $V = 120 \text{ см}^3$, $h = 3,6 \text{ см}$; б) h , если $r = h$, $K = 8 \text{ г/см}^3$.
2. Алюминиевый провод диаметром 4 мм имеет массу $6,8 \text{ кг}$. Найдите длину провода (плотность алюминия $2,6 \text{ г/см}^3$).
3. Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметра 18 м и высотой 7 м , если плотность нефти равна $0,85 \text{ г/см}^3$?

4. Диаметр Луны составляет (приблизительно) четвертую часть диаметра Земли. Сравните объемы Луны и Земли, считая их шарами.
5. Шар и цилиндр имеют равные объемы, а диаметр шара равен диаметру основания цилиндра. Выразите высоту цилиндра через радиус шара.
6. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?
7. В цилиндрическую мензурку диаметром 2,5 см, наполненную водой до некоторого уровня, опускают 4 равных металлических шарика диаметром 1 см. На сколько изменится уровень воды в мензурке?
8. Сколько кубометров земли потребуется для устройства клумбы, имеющей форму шарового сегмента с радиусом основания 5 м и высотой 60 см?
9. Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объем общей части шаров к объему одного шара?
10. Найдите объем шарового сегмента, если радиус окружности его основания равен 60 см, а радиус шара равен 75 см.
11. Диаметр шара разделен на три равные части и через точки деления проведены плоскости, перпендикулярные к диаметру. Найдите объем получившегося шарового слоя, если радиус шара равен R .
12. В шаре проведена плоскость, перпендикулярная к диаметру и делящая его на части 6 см и 12 см. Найдите объемы двух полученных частей шара.

Практическое занятие №62: Определения вероятности

1. В 2006 г. в городе Дмитрове в июле и августе было 46 солнечных дней. Какова относительная частота солнечных дней в указанные два месяца?
2. Выберите какой-нибудь текст, содержащий 150 слов. Подсчитайте число слов, составленных из шести букв. Найдите относительную частоту появления слов, которые составлены из шести букв.
3. Выберите 7 строк произвольного текста. Проведя подсчет букв, найдите относительную частоту появления буквы: а) «о»; б) «е»; в) «а»; г) «ю».
4. Согласно некоторым исследованиям по изучению вероятности появления различных букв в художественных классических текстах, относительная частота появления буквы «в» равна 0,038, буквы «м» — 0,026.

Ниже приведен отрывок из поэмы А. С. Пушкина «Руслан и Людмила»:

У лукоморья дуб зеленый;
Златая цепь на дубе том:
И днем и ночью кот ученый
Все ходит по цепи кругом;
Идет направо — песнь заводит,
Налево — сказку говорит.
Там чудеса: там леший бродит,
Русалка на ветвях сидит.

*

Найдите относительную частоту появления в этом тексте: а) буквы «в»; б) буквы «м».

Сравните полученные результаты с вышеперечисленными данными.

5. Проделайте дома такой опыт: подбросьте 50 раз монету достоинством 1 р. и подсчитайте, сколько раз выпадет орел. Запишите результаты в тетрадь. В классе подсчитайте, сколько всеми учениками было проведено опытов и каково общее число выпадений орла. Вычислите относительную частоту выпадения орла при бросании монеты.
5. Отмечая число попаданий в цель в каждой серии из 50 выстрелов, которые производил стрелок, получили такие данные:
38, 40, 42, 40, 39, 42, 43, 45, 40. Какова относительная частота попаданий в цель этим стрелком в каждой серии выстрелов? Какое предположение о вероятности попадания в цель для этого стрелка можно сделать?

Практическое занятие №63: Повторные независимые испытания.

1. В коробке лежат только красные и синие карандаши. Рассматриваются следующие события: A — из коробки вынут красный карандаш; B — из коробки вынут синий карандаш; C — из коробки вынут цветной карандаш; D — из коробки вынут желтый карандаш.

2. Закинул старик в море невод. Рассматриваются следующие события: A — пришел невод с уловом рыбы; B — пришел невод с одной тиной; C — пришел невод с травой морскою; D — пришел невод с золотою рыбкой, которая голосом молвит человеческим. Есть ли среди данных событий такие, вероятность которых равна 0; равна 1; больше 0, но меньше 1?
3. В ящике находится 10 деталей, одна из которых нестандартная. Наугад берут 2 детали. Какова вероятность того, что обе детали окажутся стандартными?
4. Четыре билета на елку распределили по жребью между 15 мальчиками и 12 девочками. Какова вероятность того, что билеты достанутся 2 мальчикам и 2 девочкам?

Практическое занятие №64: Решение тригонометрических уравнений.

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \sqrt{2} \sin x + 1 = 0 \quad 2 \sin x + \sqrt{2} = 0 \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \sqrt{2} \cos x - 1 = 0 \quad 2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \quad 2 \cos x - 1 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \operatorname{tg} x = 1 \quad \sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0 \quad \sqrt{3} \operatorname{ctg} x - 1 = 0$$

Практическое занятие №65: Решение тригонометрических неравенств.

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \quad \sqrt{2} \sin x + 1 \leq 0 \quad 2 \sin x + \sqrt{2} \geq 0 \quad 2 \sin x - 1 < 0$$

$$\cos x \geq -\frac{1}{2} \quad \sqrt{2} \cos x - 1 < 0 \quad 2 \cos x + \sqrt{2} \geq 0 \quad 2 \cos x - 1 \leq 0$$

$$\operatorname{tg} x \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \operatorname{tg} x < 1 \quad \sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 \geq 0 \quad \sqrt{3} \operatorname{ctg} x - 1 \leq 0$$

Практическое занятие №66: Решение тригонометрических систем уравнений.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = \pi \\ \sin x + \sin y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 0 \\ \sin^2 x - \cos^2 y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x - \cos y = 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 2 \end{cases}$$

Практическое занятие №67: Решение логарифмических уравнений.

Решите уравнение :

а) $2^x = 3$; б) $3^{\log_3 x} = 5$; в) $\lg x^2 = 0$; г) $7^{\log_7 x^2} = 36$; д) $\lg(2x+1) = \lg x$;

е) $\lg 8 + \lg 125$; ж) з) $3^{x+2} + 3^x = 90$; и) $2^{x-1} + 2^x = 6$;

к) $4^{x^2+x} = 1$; л) $3^{x^2-x} = 1$

Практическое занятие №68: Решение логарифмических неравенств.

Решите неравенство:

$\log_3 x < 2$ $\log_3 x \geq 2$ $\log_{0,7} x < 1$ $\log_{0,5} x < 6$

$\log_3 x \leq 2$ $\log_3 x < 2$ $\log_{0,7} x \leq 1$ $\log_{0,5} x \geq 6$

$\log_3(x-2) < 2$ $\log_3(x+3) \geq 2$ $\log_{0,7}(3x-1) < 1$ $\log_{0,5}(2x-5) < 6$

Практическое занятие №69: Решение показательных уравнений.

Решите уравнение :

а) $3^x = 27$; б) $5^{x-2} = 25$; в) $6^{x-4} = -6$; г) $2^x = 32$; д) $6^{x-2} = 36$;

е) $5^{x-2} = \frac{1}{5}$; ж) $2^{8+x} = \frac{1}{32}$; з) $3^{x+2} + 3^x = 90$; и) $2^{x-1} + 2^x = 6$;

к) $4^{x^2+x} = 1$; л) $3^{x^2-x} = 1$

Контрольные работы

Критерии оценки контрольной работы

Основные требования к выполнению заданий контрольной работы:

- ход решения математически грамотный и понятный;
- представленный ответ верный;
- метод и форма описания решения задачи могут быть произвольными;
- выполнение каждого из заданий оценивается в баллах.

За правильное выполнение любого задания **уровня 1** обучающийся получает **один балл**. В заданиях с выбором ответа, с кратким ответом или на установление соответствия, обучающийся получает **один балл**, соответствующий данному заданию, если указан номер верного ответа (в заданиях с выбором ответа), или вписан верный ответ (в заданиях с кратким ответом), или правильно соотнесены объекты двух множеств и записана соответствующая последовательность цифр (в заданиях на установление соответствия). При выполнении таких заданий, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) выставляется 0,5 балла. Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов.

При выполнении любого задания **уровня 2** или **3** используются следующие критерии оценки заданий:

Баллы	Критерии оценки выполненного задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен правильный ответ.
2	Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ
1	Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до конца, при этом ответ неверный или отсутствует.
0	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения.

Для каждой контрольной работы разработана шкала перевода баллов в отметки, где указано, сколько баллов достаточно набрать, чтобы получить ту или иную положительную оценку, которая составлена в соответствии с таблицей.

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	не удовлетворительно

Контрольная работа Вычисление значений выражений. Уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Вычислите:
$$\frac{0,725 + 0,6 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,128 \cdot 6 \frac{1}{4} - 0,0345 : \frac{3}{25}} \cdot 0,25.$$

A2. Решить уравнения:

1) $2x^2 + 5x - 1 = 0$; 2) $3x^2 = x$; 3) $\frac{4x-1}{2} - \frac{3x+2}{4} = 1.$

B1. Решить неравенства:

1) $4 - 2x \leq 1 - (4x - 1)$; 2) $\frac{2x-1}{5-x} \geq 0.$

B2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ x - 2y = 3 \end{cases}.$$

C. Решите уравнения:

1) $5 \cdot (x-1)^2 = 3 - 4x + 5x^2$; 2) $\sqrt{x+2} = x.$

2 вариант

A1. Вычислите:
$$\frac{0,425 + 0,9 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,5 \cdot 1 \frac{3}{5} - 0,023 : \frac{2}{25}} \cdot \frac{1}{4}.$$

A2. Решить уравнения:

1) $4x^2 - 5x - 6 = 0$; 2) $-3x^2 = x$; 3) $\frac{4x-1}{3} - \frac{3x+2}{6} = 1;$

B1. Решить неравенства:

1) $2(1-x) \geq 5x - (3x+2)$; 2) $\frac{2x+1}{5-x} \geq 0.$

B2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases}.$$

C. Решите уравнения:

1) $5 \cdot (x+2)^2 = 3 - 4x + 5x^2$; 2) $\sqrt{x-11} = x.$

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A2	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B1- B2	6	Каждый правильный ответ 2 балла
C	6	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **16 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	16 - 15
« 4 » (хорошо)	14 - 13
« 3 » (удовлетворительно)	12 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы к контрольной работе

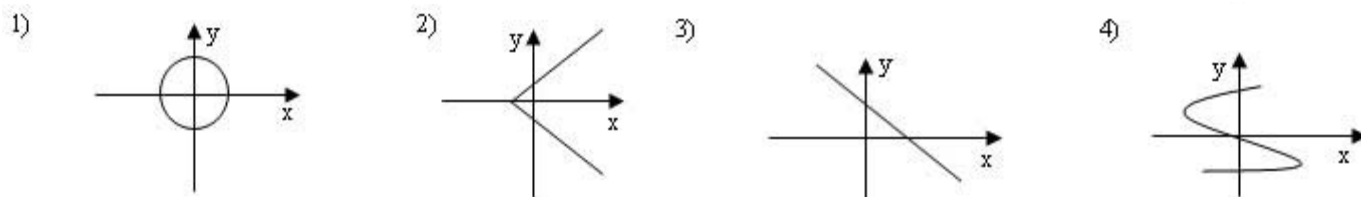
	1 Вариант	2 Вариант
A1	1	1
A2	1) $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$; 2) 0; $\frac{1}{3}$; 3) 1,6.	1) 2; $-\frac{3}{4}$; 2) 0; $-\frac{1}{3}$; 3) 2.
B1	1) $x \leq -1$; 2) $x \in [0, 5; 5)$.	1) $x \leq 1$; 2) $x \in [-0, 5; 5)$
B2	(5; 1)	(0; 3)
C	1) $\frac{1}{3}$; 2) 2.	1) $-\frac{17}{24}$; 2) нет корней.

Контрольная работа Свойства функций и их графики.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Какой из графиков, изображенных на рисунках 1) – 4) задает функции

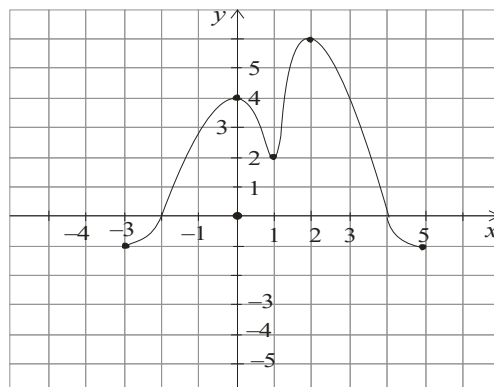


A) 1). Б) 2). В) 3). Г) 4).

A2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{4x - 1}$

A) $x > 2$; Б) $x < 2$; В) $x \geq \frac{1}{4}$; Г) $x \leq 2$.

- A3.** По графику функции $y = f(x)$ укажите
- область определения функции;
 - нули функции;
 - промежутки постоянного знака функции;
 - точки максимума и минимума функции;
 - промежутки монотонности;
 - наибольшее и наименьшее значения функции;
 - область значений функции.



A4. Среди заданных функций укажите чётные .

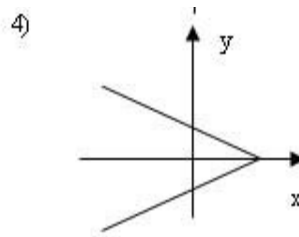
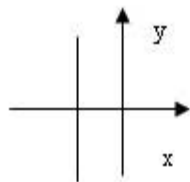
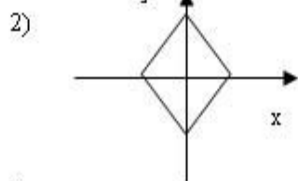
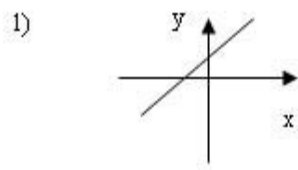
1) $y = 2x^2$; 2) $y = \sqrt{x}$; 3) $y = 5x$;
 A) 1) и 3); Б) 1); В) 3).

B. Найдите область определения функции $y = \frac{2x + 1}{x(x - 1)}$.

С. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$ и укажите ее свойства.

2 вариант

А1. Какой из графиков, изображенных на рисунках 1) – 4), задает функцию?



А) 1).

Б) 2).

В) 3).

Г) 4).

А2. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{9-3x}}$

А) $x > 3$;

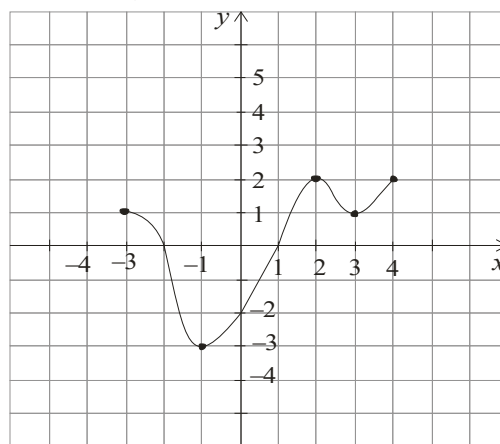
Б) $x < 3$;

В) $x \geq 3$;

Г) $x < 1/3$.

А3. По графику функции $y = f(x)$ укажите:

- а) область определения функции;
- б) нули функции;
- в) промежутки постоянного знака функции;
- г) точки максимума и минимума функции;
- д) промежутки монотонности;
- е) наибольшее и наименьшее значения функции;
- ж) область значений функции.



А4. Среди заданных функций укажите нечетные.

- 1) $y = 2x^2$;
- 2) $y = \frac{3}{x}$;
- 3) $y = 5x$.

А) 1) и 3);

Б) 2);

В) 2) и 3);

Г) 3).

В. Найдите область определения функции $y = \frac{2+x^2}{x(x-5)}$.

С. Постройте график функции $y = x^2 - 2x + 1$ и укажите ее свойства.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А4	10	Каждый правильный ответ 1 балл
В	2	Каждый правильный ответ 2 балла
С	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 15 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	В) 3	А)1
A2	В) $x \geq \frac{1}{4}$	Б) $x < 3$
A3	а) $x \in [-3; 5]$; б) -2; 4; в) $y > 0$ при $x \in (-2; 4)$; $y < 0$ при $x \in [-3; 2) \cup (4; 5]$; г) $x_{\max} = 0,2$; $x_{\min} = 1$; д) $\phi \uparrow$ при $x \in [-3; 0] \cup [1; 2]$; $\phi \downarrow$ при $x \in [0; 1] \cup [2; 5]$; е) $y_{\text{наиб}} = 6$; $y_{\text{наим}} = -1$; ж) $y \in [-1; 6]$;	а) $x \in [-3; 4]$; б) -2; 1; в) $y > 0$ при $x \in [-3; -2) \cup (1; 4]$; $y < 0$ при $x \in (-2; 1)$; г) $x_{\max} = 2$; $x_{\min} = -1$; д) $\phi \uparrow$ при $x \in [-1; 2] \cup [3; 4]$; $\phi \downarrow$ при $x \in [-3; -1] \cup [2; 3]$; е) $y_{\text{наиб}} = 2$; $y_{\text{наим}} = -3$; ж) $y \in [-3; 2]$;
A4	Б) 1	В) 2) и 3)
В	$x \neq 0$; $x \neq 1$;	$x \neq 0$; $x \neq 5$;
С	$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ 1) $x \in R$; 2) $y \in [-1; +\infty]$; 3) функция общего вида; 4) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (1; 3)$; 5) $\phi \uparrow$ при $x \in [2; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in (-\infty; 2]$;	$y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ 1) $x \in R$; 2) $y \in [-0; +\infty]$; 3) функция общего вида; 4) $y > 0$ при всех x кроме 1; 5) $\phi \uparrow$ при $x \in [1; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in (-\infty; 1]$;

Контрольная работа
Показательные уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Часть А

A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^x = 8$

- 1) (0;1); 2) (1;2); 3) (2;3]; 4) (3;4).

A2. Решите неравенство $5^{x^2+x} > -1$

- 1) $x \in R$; 2) решений нет; 3) (-1;0); 4) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

A3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{128}$

- 1) $(-\infty; 7]$; 2) $[7; +\infty)$; 3) $[-7; +\infty)$; 4) $(-\infty; -7]$.

A4. Решите уравнение $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

- 1) -1; 2) 7; 3) 1; 4) 35.

Часть В.

В1. Укажите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \geq 16$.

В2. Найдите корни уравнения $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$. Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

Часть С.

С. Найдите все целые решения неравенства $1 \leq 7^{x-3} < 49$.

2 вариант

Часть А.

А1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^x = 9$

- 1) $(0;1)$; 2) $(1;2)$; 3) $[2;3)$; 4) $(3;4)$.

А2. Решите неравенство $0,2^x < -0,04$

- 1) $x \in R$; 2) решений нет; 3) $(-1;0)$; 4) $(-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$.

А3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{243}$

- 1) $(-\infty;5]$; 2) $(-\infty;81]$; 3) $[5;+\infty)$; 4) $[-5;+\infty)$.

А4. Решите уравнение $2^{x+4} - 2^x = 120$

- 1) 0; 2) 3; 3) 12; 4) -3.

Часть В.

В1. Укажите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \geq 27$.

В2. Решите уравнения $5^{2x} + 5^x = 2$. Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

Часть С.

С1. Найдите все целые решения неравенства $\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
В1 – В2	4	Каждый правильный ответ 2 балла
С	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
---------	---

« 5» (отлично)	11 - 10
« 4» (хорошо)	9 - 8
« 3» (удовлетворительно)	7 - 6
« 2» (неудовлетворительно)	менее 6

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	$x = 3; 3) (2; 3];$	$x = 2; 3) [2; 3);$
A2	1) $x \in R;$	2) решений нет;
A3	$x \geq 7; 2) [7; +\infty);$	$x \geq 5; 3) [5; +\infty);$
A4	1) $x = -1;$	2) $x = 3;$
B1	$x \leq -1$, наибольшее целое решение $x = -1$.	$x \leq -1$, наибольшее целое решение $x = -1$.
B2	$x_1 = 0; x_2 = 1; 0 \cdot 1 = 0$	$x = 0;$
C	$3 \leq x < 5; x = 3; 4.$	$2 \leq x < 5; x = 2; 3; 4.$

Контрольная работа

Логарифмические уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Упростить выражение и найти x : $\lg x = \lg 8 + 2 \lg 5 - \lg 10 - \lg 2$

1) 10; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

A2. Найдите корень уравнения $\log_2(3x+1) = 3$

1) 11; 2) 1; 3) -10; 4) $\frac{7}{3}$.

A3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\log_4(4-x) + \log_4 2 = 1$$

1) (-3; -1); 2) (0; 2); 3) [2; 3]; 4) [4; 8].

A4. Найдите сумму корней уравнения $\log_3 x^2 = \log_3(9x - 20)$

1) -13; 2) -5; 3) 5; 4) 9.

A5. Решите неравенство $\log_3(4-2x) \geq 1$

1) $(-\infty; 0,5];$ 2) $(-\infty; 2];$ 3) $[2; +\infty);$ 4) $[0,5; +\infty).$

B1. Решите неравенство $\log_\pi(3x+2) \geq \log_\pi(x-1)$

1) $(1; +\infty);$ 2) $(-\infty; -\frac{2}{3}];$ 3) $[-1,5; -\frac{2}{3}];$ 4) решений нет.

B2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{9}}(6-3x) > -1$

1) $(-10; +\infty);$ 2) $(-\infty; -10);$ 3) $(-1; 2);$ 4) $(-0,1; 20).$

C. Найдите число целых отрицательных решений неравенства

$$\lg(x+5) \leq 2 - \lg 2$$

- 1) 5; 2) 4; 3) 10; 4) ни одного.

2 вариант

A1. Упростить выражение и найти x : $\lg x = \lg 12 - \lg 3 + 2\lg 7 - \lg 14$

- 1) 14; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

A2. Найдите корень уравнения $\log_5(2x - 4) = 2$

- 1) 11; 2) 14,5; 3) -10; 4) $\frac{7}{3}$.

A3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\log_{0,4}(5 - 2x) - \log_{0,4} 2 = 1$$

- 1) $(-\infty; -2)$; 2) $[-2; 1]$; 3) $[1; 2]$; 4) $(2; +\infty)$.

A4. Найдите сумму корней уравнения $\lg(4x - 3) = 2 \lg x$

- 1) -2; 2) 4; 3) -4; 4) 2.

A5. Решите неравенство $\log_8(5 - 2x) > 1$

- 1) $(-\infty; -1,5)$; 2) $(-10; 2,5)$; 3) $(2,5; +\infty)$; 4) $(-10; +\infty)$.

B1. Решите неравенство $\log \frac{1}{3}(4x - 2) < \log \frac{1}{3}(3x + 1)$

- 1) $(3; +\infty)$; 2) $(-\infty; -\frac{2}{3}]$; 3) $[-1,5; -\frac{2}{3}]$; 4) решений нет.

B2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(1 - 1,4x) < -1$.

- 1) $(0,5; +\infty)$; 2) $(-\infty; -\frac{10}{7})$; 3) $(1,4; 2)$; 4) $(0,5; 7)$.

C. Найдите число целых решений неравенства $\log_5(x - 2) \leq 1$

- 1) 5; 2) 4; 3) бесконечно много; 4) ни одного.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
B1 – B2	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 12 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	12 - 11
« 4 » (хорошо)	10 - 9
« 3 » (удовлетворительно)	8 - 7
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
--	-----------	-----------

A1	1) 10	1) 14
A2	4) $\frac{7}{3}$	2) 14,5
A3	$x = 2; [2;3] (3)$	$x = 2,1; (2; +\infty) (4)$
A4	$x_1 = 4; x_2 = 5; 4 + 5 = 9; (4)$	$x_1 = 1; x_2 = 3; 1 + 3 = 4; (2)$
A5	$x \in (-\infty; 0,5] (1)$	$x \in (-\infty; -1,5) (1)$
B1	$x \in (1; +\infty) (1)$	$x \in (3; +\infty) (1)$
B2	$x \in (-1; 2) (3)$	$x \in (-\infty; -\frac{10}{7}) (2)$
C1	$x \in (-5; 45], x = -4; -3; -2; -1. (2)$	$x \in (2; 7], x = -3; 4; 5; 6; 7. (1)$

Контрольная работа

Тригонометрические преобразования выражений.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Вычислите: $\sin 30^\circ$

- 1) 0,5; 2) 1; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A2. На каком из чертежей изображён график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$

Рис 1

Рис 2

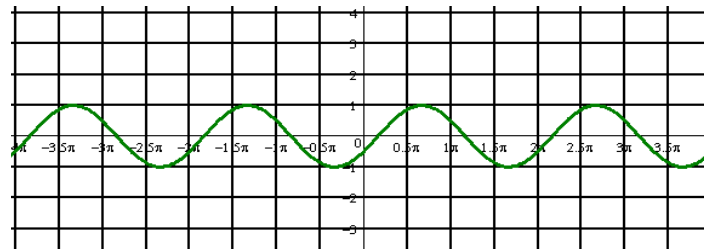
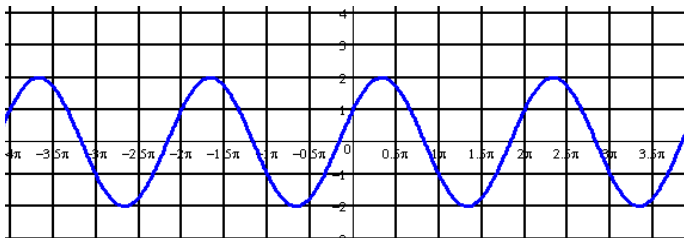
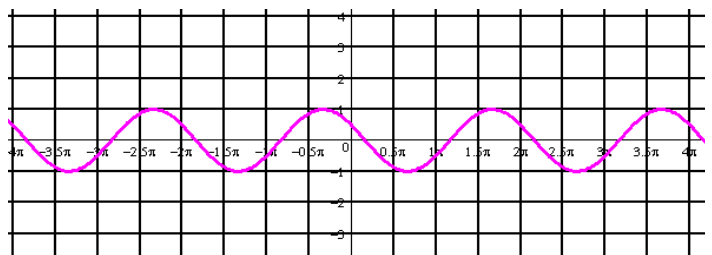
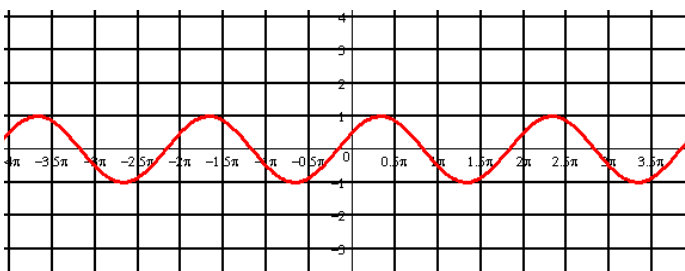


Рис 3

Рис 4



A3. Найдите значение выражения: $2\sin 30^\circ + 6\cos 60^\circ - 3\operatorname{ctg} 30^\circ + 9\operatorname{tg} 30^\circ$

- 1) 4; 2) -4; 3) 6; 4) $4\sqrt{2}$

A 4. Упростите, используя формулы приведения: $\cos(\pi-\alpha) \cdot \cos(2\pi-\alpha) + \cos^2\alpha$

- 1) $2\cos^2\alpha$; 2) 1; 3) 0; 4) $2\sin^2\alpha$.

A5. Постройте график функции $y = 3\sin x$ и укажите область определения и область значений функции.

A6. Определите знак выражения: $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ$

- 1) +; 2) -; 3) 0; 4) нет верного ответа.

B. По заданному значению тригонометрической функции, найдите значение

$\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

C. Докажите тождество:

$$\frac{2 \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

2 вариант

A1. Вычислите: $\cos 30^\circ$

- 1) 0,5; 2) 1; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A2. На каком из чертежей изображён график функции $y = \cos(x - \frac{\pi}{6})$

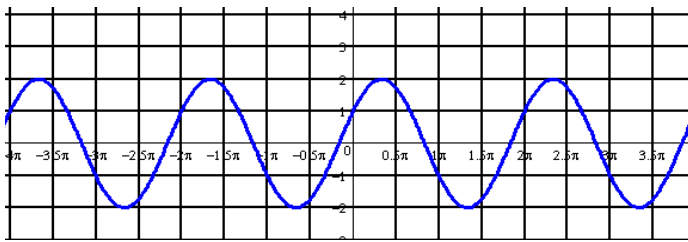


Рис 1

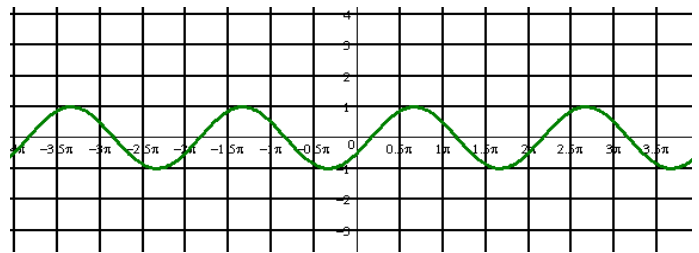


Рис 2

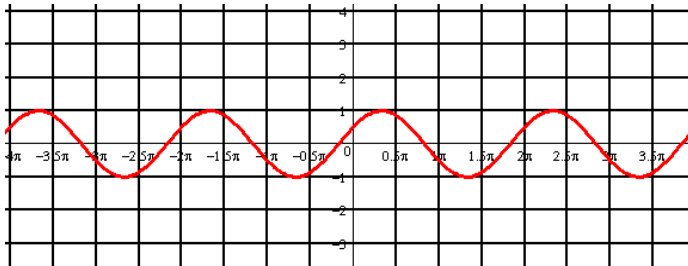


Рис 3

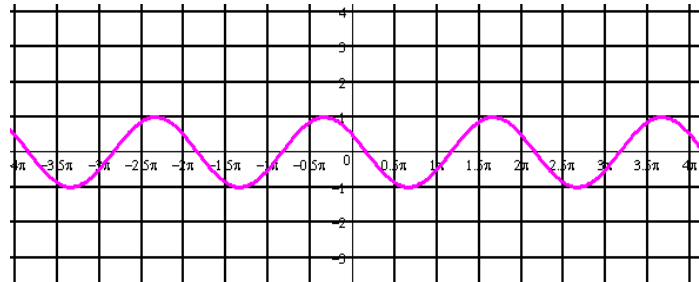


Рис 4

A3. Найдите значение выражения: $2 \cos 30^\circ - 6 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 30^\circ + 9 \operatorname{tg} 45^\circ$

- 1) 4; 2) -4; 3) 6; 4) $4\sqrt{2}$.

A 4. Упростите, используя формулы приведения: $\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \cos^2 \alpha$

- 1) $2\cos^2 \alpha$; 2) 1; 3) 0; 4) $2\sin^2 \alpha$.

A5. Постройте график функции $y = 1 + \cos x$ и укажите область определения и множество значений функции.

A6. Определите знак выражения: $\sin 100^\circ \cdot \cos 100^\circ$.

- 1) +; 2) -; 3) 0; 4) нет верного ответа.

B. По заданному значению тригонометрической функции, найдите значение $\operatorname{tg} \alpha$,

если $\cos \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

C. Докажите тождество:

$$\frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg} 2\alpha$$

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) 0,5	3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
A2	рис 4	рис 2
A3	1) 4	3) 6
A4	3) 0	2) 1
A5	$x \in R; y \in [-3; 3]$	$x \in R; y \in [0; 2]$
A6	2) -	2) -
B	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
C	Используем формулы двойного угла	Используем формулы двойного угла

Контрольная работа

Тригонометрические уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. $\arccos a$ имеет смысл, если:

а) $a \in [0; \pi]$; б) $a \in [-1; 1]$; в) $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; г) $a \in (-1; 1)$.

A2. Решением уравнения $\cos x = 0$ являются:

а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. Вычислите: $\arcsin 0 + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$

а) 0,5; б) 1; в) $\frac{\pi}{3}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A4. Уравнение $2\operatorname{tg} x = -3$:

а) имеет одно решение; б) не имеет решения; в) имеет два решения;
г) имеет бесконечное множество решений.

A5. Уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет решения:

а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

г) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

B. Решите уравнения:

а) $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$; в) $1 + \sin x = 0$.

C. Решите неравенства:

а) $\sin x \geq \frac{1}{2}$; б) $\cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

2 вариант

A1. $\arcsin a$ имеет смысл, если:

а) $a \in [0; \pi]$; б) $a \in [-1; 1]$; в) $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; г) $a \in (-1; 1)$.

A2. Решением уравнения $\cos x = -1$ являются:

а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. Вычислите: $\arccos 0 + \operatorname{arctg} 1$

а) 0,5; б) 1; в) $\frac{\pi}{3}$; г) $\frac{3\pi}{4}$.

A 4. Уравнение $\operatorname{ctg} x - 4 = 0$:

- а) имеет одно решение; б) не имеет решения; в) имеет два решения;
г) имеет бесконечное множество решений.

A5. Уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет решения:

а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

г) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

B. Решите уравнения:

а) $\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}$; б) $\cos^2 x - 4 \sin x - 1 = 0$; в) $1 + \sin x = 0$.

C. Решите неравенства:

а) $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin 2x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
B	6	Каждый правильный ответ 2 балла
C	6	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **17 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	17 - 16
« 4 » (хорошо)	15 - 14
« 3 » (удовлетворительно)	13 - 11
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 11

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	б)	б)
A2	в)	г)
A3	в)	г)
A4	г)	г)

A5	в)	в)
В	а) $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{7} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ в) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$	а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $x = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ в) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
С	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{\pi}{8} + \pi n < x < \frac{7\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{\pi}{8} + \pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Контрольная работа Параллельность в пространстве.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

1. Написать обозначение прямых.
2. Написать обозначение отрезков.
3. Написать обозначение углов.
4. Написать обозначение плоскостей.
5. Сколько плоскостей можно провести через одну прямую?
6. Сколько плоскостей можно провести через две параллельные прямые?
7. Сколько плоскостей можно провести через две пересекающиеся прямые?
8. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?
9. Прямые a и b параллельны прямой c . Как расположены между собой прямые a и b ?
10. Две плоскости параллельны одной прямой. Параллельны ли они между собой?
11. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \times \gamma = a$, $\beta \times \gamma = b$. Что можно сказать о прямых a и b ?
12. У треугольника основание равно 18 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13. Стороны основания трапеции равны 12 см и 7 см. Чему равна средняя линия трапеции?
14. У данного четырехугольника противоположные стороны равны и параллельны. Диагонали равны 15 см и 13 см. Является ли четырехугольник прямоугольником?

Уровень В.

15. Точки K, M, P, T не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые KM и PT пересекаться? Ответ обосновать.
16. Схематично изобразить плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M провести параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 13$ м, $BB_1 = 7$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 6$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 3 : 2$.

2 вариант

Уровень А.

1. Написать обозначение плоскостей.
2. Написать обозначение прямых.
3. Написать обозначение углов.
4. Назовите основные фигуры в пространстве.
5. Сколько плоскостей можно провести через три точки?
6. Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
7. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
8. Сколько может быть общих точек у прямой и плоскости?
9. Всегда ли через две параллельные прямые можно провести плоскость?
10. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости??
11. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, прямая m лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ?
12. У треугольника основание равно 10 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13. Стороны основания трапеции равны 13 см и 4 см. Чему равна средняя линия трапеции?
14. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона треугольника параллельна плоскости α ?

Уровень В.

15. Прямые EN и KM не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые EM и NK пересекаться? Ответ обосновать.
16. Схематично изобразить плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M провести параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 3$ м, $BB_1 = 17$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 10$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 2 : 3$.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 14	14	Каждый правильный ответ 1 балл
15 - 16	4	Каждый правильный ответ 2 балла
17	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 21 балл

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	21 - 20
« 4 » (хорошо)	19 - 17
« 3 » (удовлетворительно)	16 - 15
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 15

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
1	AB, a, b	$\alpha, \beta, (ABC), ..$
2	$AB, CD, ..$	AB, a, b
3	$\angle ABC, \angle O, \alpha, 1,$	$\angle ABC, \angle O, \alpha, 1,$
4	$\alpha, \beta, (ABC), ..$	точка, прямая, плоскость
5	несколько	одну
6	одну	нет
7	одну	одну
8	ни одной	одну, много, ни одной
9	параллельно	да
10	и да, и нет	нет
11	$a \parallel b$	да
12	9 см	5 см
13	9, 5 см	8,5 см
14	нет	да
15	KM скрещивается с PT	EM скрещивается с NK
16	10 см	10 см
17	10 см	25 см

Контрольная работа

Перпендикуляр и наклонная. Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

Ответ на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуй свою точку зрения.

1. Могут ли скрещивающиеся прямые быть перпендикулярными?
2. Какие между собой две прямые перпендикулярные к одной плоскости?
3. Могут ли быть \perp к одной плоскости две стороны одного треугольника?
4. Прямая \perp к одной из двух пересекающихся плоскостей, может ли она быть \perp к другой плоскости?
5. Если две плоскости \perp к одной прямой, каковы они между собой?
6. Сколько наклонных можно провести из одной точки к плоскости?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен 70° ?

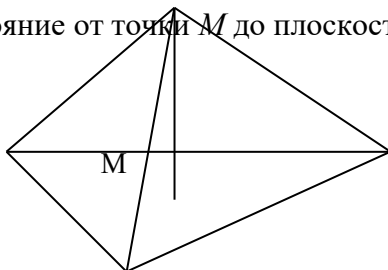
Уровень В.

Решите задачи.

8. Перекладина длиной 5 м лежит своими концами на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 5 см и 8 см. Проекция одной из них на 3 см больше другой. Найдите проекции наклонных.

Уровень С.

10. Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC , если $AB = 6$ см.



а) 4 см;

б) 8 см;

А

О

В

в) 6см;

г) 2см.

С

2 вариант
Уровень А.

Ответ на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуй свою точку зрения.

1. Как расположены друг к другу рёбра, выходящие из одной вершины куба?
2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, будет ли вторая прямая, тоже перпендикулярна к этой плоскости?
3. Могут ли быть \perp к одной плоскости две стороны трапеции?
4. Что называют расстоянием от точки до плоскости?
5. Сколько перпендикуляров можно провести из одной точки к плоскости?
6. Может ли перпендикуляр быть длиннее наклонной, проведённой из этой же точки?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен 120° ?

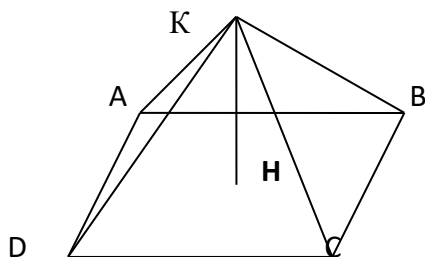
Уровень В.

Решите задачи.

8. Какой длины нужно взять перекладину, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м, поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите длины наклонных.

Уровень С.

10. Расстояние от точки K до каждой из вершин квадрата $ABCD$ равно 5 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости ABC , если $AB = 3\sqrt{2}$ см.



а) 4 см;

б) $4\sqrt{2}$ см;

в) 2 см;

г) $\sqrt{34}$ см.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 9	4	Каждый правильный ответ 2 балла
10	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 14 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	14 - 13
« 4 » (хорошо)	12 - 11
« 3 » (удовлетворительно)	10 - 9
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 9

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
1	да	⊥
2		да
3	нет	да
4	нет	длина перпендикуляра
5		одну
6	множество	нет
7	да	нет
8	4 м	5 м
9	5 см и 8 см	17 см и 23 см
10	г) 2 см	а) 4 см

Контрольная работа Координаты в пространстве. Действия над векторами.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант Уровень А.

Заполните пропуски.

1. Вектором на плоскости называется ...
2. Вектор изображается ...
3. Модулем вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются противоположно направленными, если ...
5. При умножении вектора на число ...
6. Два вектора считаются равными, если ...
7. Нулевой вектор коллинеарен вектору.

Уровень В.

8. Найдите координаты вектора \vec{AB} , если $A(5;-1;3)$ и $B(2;-2;4)$.

9. Даны векторы $\vec{b} = \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} = \{1; 4; -3\}$. Найдите $\left| \frac{\vec{b}}{2} - \vec{c} \right|$.

10. Даны точки $A(0; 0; 2)$ и $B(1; 1; -2)$. На оси OY найдите точку $M(0; y; 0)$, равноудалённую от точек A и B . Точка O – начало координат.

Уровень С.

11. Являются ли векторы \vec{AB} и \vec{CE} *коллинеарными*, если $A(5;-1;3)$, $B(2;-2;4)$, $C(3;1;-2)$, $E(6;1;1)$?

Уровень А.

Заполните пропуски.

1. Вектором в пространстве называется ...
2. Вектор обозначается ...
3. Длиной вектора называется ...

4. Два вектора в пространстве называются одинаково направленными, если ...
5. Для того, чтобы сложить два вектора, нужно ...
6. Нулевым вектором называется ...
7. Два вектора называются коллинеарными, если ...

Уровень В.

8. Найдите координаты вектора \vec{CD} , если $C(6;3;-2)$ и $D(2;4;-5)$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -1; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 2; -4\}$. Найдите $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.

10. Даны точки $A(0; -2; 0)$ и $B(1; 2; -1)$. На оси OZ найдите точку $M(0; 0; z)$, равноудалённую от точек A и B . Точка O – начало координат.

Уровень С.

11. Являются ли векторы \vec{AB} и \vec{CM} коллинеарными, если $C(5;-1;3)$, $M(2;-2;4)$, $A(1;-2;3)$ и $B(-5;-4;5)$?

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 10	6	Каждый правильный ответ 2 балла
11	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **16 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	16 - 15
« 4 » (хорошо)	14 - 13
« 3 » (удовлетворительно)	12 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
1	направленный отрезок	направленный отрезок
2	\vec{a}, \rightarrow	\vec{a}, \rightarrow
3	длина вектора	длина отрезка
4	коллинеарны и их направления не совпадают	их направления совпадают
5	на это число умножаются координаты вектора	сложить их координаты
6	они сонаправлены и их длины равны	вектор, у которого начало и конец совпадают
7	любому	они лежат на параллельных или на одной прямой
8	$\vec{AB} = \{-3; -1; 1\}$	$\vec{CD} = \{-4; 1; -3\}$
9	$2\vec{b} - \vec{c} = \{5; -2; -1\}, 2\vec{b} - \vec{c} = \sqrt{30}$	$\vec{a} - 2\vec{b} = \{-1; -5; 10\}, \vec{a} - 2\vec{b} = \sqrt{126}$
10	$M(0; 1; 0)$	$M(0; 0; -1)$
11	не коллинеарны	коллинеарны

Контрольная работа Производная.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

A1. Найдите $f'(4)$, если $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$.

- 1) 3; 2) 2; 3) -1; 4) 1.

A2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 + \cos x$.

- 1) $2x + \sin x$; 2) $2x - \sin x$; 3) $\frac{x^3}{3} + \sin x$; 4) $\frac{x^3}{3} - \sin x$.

A3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+4}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид:

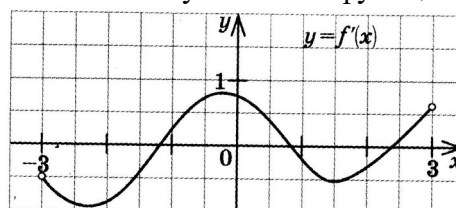
- 1) $y = 7x + 13$; 2) $y = 7x + 15$; 3) $y = -7x + 15$; 4) $y = -7x + 13$.

A4. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до точки B этой прямой изменяется по закону $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$ (t – время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с.

- 1) 16; 2) 15; 3) 14; 4) 13.

Уровень В.

B5. На рисунке изображён график производной некоторой функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-3; 3)$. Сколько точек максимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



В6. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^4 - 2x^3 + 3x - 13$ в точке $x_0 = -1$.

В7. Найдите производные функций: а) $f(x) = (7x + 4)^5$; б) $y = 3e^{3x} + 2\sin x$.

Уровень С.

С8. Найдите сумму тангенсов углов наклона касательных к параболе $y = x^2 - 9$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

2 вариант Уровень А.

А1. Найдите $f'(16)$, если $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$.

1) 3; 2) 2; 3) -1; 4) 1.

А2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 - \sin x$.

1) $2x + \cos x$; 2) $2x - \cos x$; 3) $\frac{x^3}{3} + \cos x$; 4) $\frac{x^3}{3} - \cos x$.

А3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+2}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид:

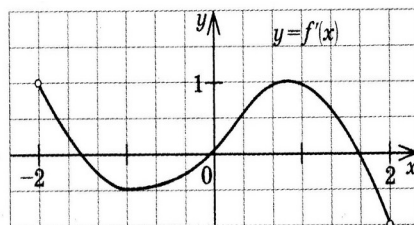
1) $y = -5x + 23$; 2) $y = -5x + 21$; 3) $y = 5x + 23$; 4) $y = 5x + 21$.

А4. Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S(t) = t + 0,4t^2 - 6$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.

1) 10; 2) 9; 3) 8; 4) 7.

Уровень В.

В5. На рисунке изображён график производной некоторой функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-2; 2)$. Сколько точек минимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



В6. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = x^5 + 2x^4 + x^3 + 1$ в точке $x_0 = 1$.

В7. Найдите производные функций: а) $f(x) = (4x + 7)^3$; б) $y = x \cdot \operatorname{tg} 3x$.

Уровень С.

С8. Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к параболе $y = x^2 - 4$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
В5 - В7	6	Каждый правильный ответ 2 балла
С8	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 13 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	13 - 12
« 4 » (хорошо)	11 - 10
« 3 » (удовлетворительно)	9 - 8
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 8

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1 (4)	1 (4)
A2	$2x - \sin x$ (2)	$2x - \cos x$ (2)
A3	$y = 7x + 15$ (2)	$y = 5x + 21$ (4)
A4	$t = 14$ с (3)	$V(10) = 9$ м/с (2)
B5	1 точка, $x_{max} = 1,8$	1 точка, $x_{min} = 0$
B6	$k = -7$	$k = 16$
B7	а) $35(7x + 4)^4$; б) $9e^{3x} + 2\cos x$	а) $12(4x + 7)^2$; б) $\operatorname{tg} 3x + \frac{3x}{\cos^2 3x}$
C8	$\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = 6 + (-6) = 0$	$\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = 4 + (-4) = 0$

Контрольная работа Исследование функции с помощью производной.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

A1. Сколько интервалов убывания имеет функция $f(x) = x^3 - 3x$?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. Ни одного

A2. Сколько критических точек имеет функция $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$?

А. 2. Б. 1. В. 3. Г. Ни одной

A3. Значение функции $y = -x^2 + 4x + 2$ в точке максимума равно...

А. 0. Б. 2. В. 6. Г. 8.

A4. Точкой максимума функции $f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 2$ является...

А. - 1. Б. 3,5. В. - 3. Г. - 3,5.

Уровень В.

B5. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x - 6$. Найдите промежутки возрастания и убывания функции.

Уровень С.

C6. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ и постройте её график.

**2 вариант
Уровень А.**

A1. Сколько интервалов возрастания имеет функция $f(x) = x^3 - 3x^2$?

А. 1. Б. Ни одного. В. 2. Г. 3.

A2. Сколько критических точек имеет функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

А. Ни одной. Б. 3. В. 1. Г. 2.

A3. Значение функции $y = 2x^2 - 8x + 11$ в точке минимума равно...

А. 0. Б. 5. В. 2. Г. 3.

A4. Точкой минимума функции $f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 5$ является...

А. $\frac{1}{8}$. Б. 2,5. В. -3. Г. -1.

Уровень В.

B5. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Найдите промежутки возрастания и убывания функции.

Уровень С.

C6. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^2 - 3x + 1$ и постройте её график.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B5	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C6	3	Каждый правильный ответ 3 балла

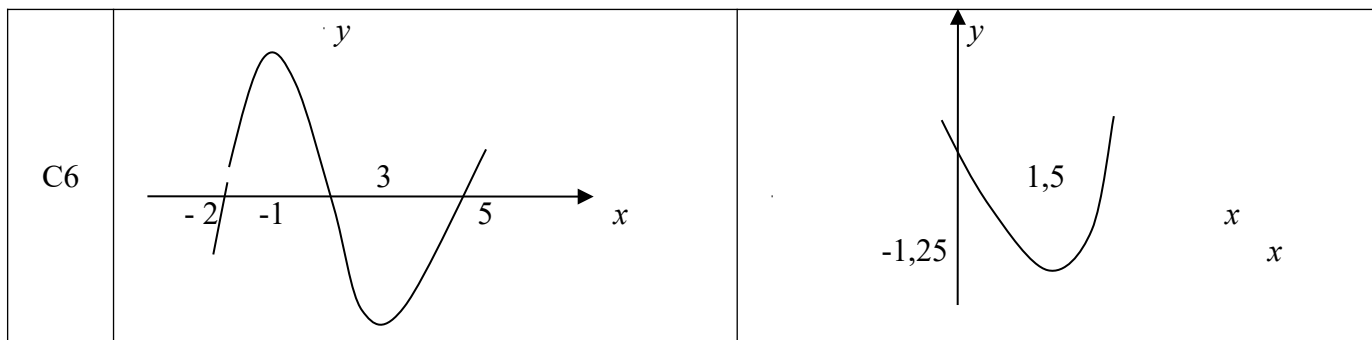
Максимальный балл за работу – **9 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	9 - 8
« 4 » (хорошо)	7 - 6
« 3 » (удовлетворительно)	5 - 4
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 4

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	А.1.	В.2.
A2	А. 2.	Г.2.
A3	В.6.	Г.3.
A4	Г. -3,5.	А. $\frac{1}{8}$.
B5	$\phi \uparrow$ при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in [-1; 1]$;	$\phi \uparrow$ при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in [-1; 1]$;



**Контрольная работа
Первообразная функции. Интеграл.**

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

А1. Вычислите интеграл:

$$а) \int_1^2 (3x^2 + x - 4) dx ; \quad б) \int_1^2 \frac{dx}{x^3} .$$

А2. Для функции $f(x) = 3 \sin x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$

А3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 0,5x^2, y = 0, x = 2, x = 0$.

А4. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если $F(x) = x^3 - 4, f(x) = 3x^2$.

Уровень В.

В5. Вычислите интеграл $\int_0^3 [x^2 + (x-3)^2] dx$

Уровень С.

С6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 6x - x^2$ и $y = 2x$.

**2 вариант
Уровень А.**

А1. Вычислите интеграл:

$$а) \int_1^2 (4x^3 - x + 5) dx ; \quad б) \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^3} .$$

А2. Для функции $f(x) = 2 \cos x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$

А3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x^2, y = 0, x = 3, x = 0.$$

A4. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если $F(x) = 2x - x^2$, $f(x) = 2 - 2x$.

Уровень В.

B5. Вычислите интеграл $\int_0^3 [x^2 + (1-x)^2] dx$

Уровень С.

C6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -6x - x^2$ и $y = -2x$.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B5	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C6	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	a) 4,5; б) $\frac{3}{8}$	a) 18,5; б) $-\frac{3}{8}$
A2	a) $F(x) = -3\cos x + C$; б) $F(x) = -3\cos x + 0$.	a) $F(x) = 2\sin x + C$; б) $F(x) = 2\sin x - \sqrt{3}$.
A3	$S_{\text{фиг}} = \frac{4}{3}$ кв.ед.	$S_{\text{фиг}} = 18$ кв.ед.
A4	$F(x)$ является первообразной для $f(x)$	$F(x)$ является первообразной для $f(x)$
B5	18	12
C6	$S_{\text{фиг}} = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.	$S_{\text{фиг}} = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.

Контрольная работа Площади поверхностей многогранников.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

A1. Выберите верное утверждение

- а) параллелепипед состоит из шести треугольников;
б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку;
в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.
- A2.** Количество ребер шестиугольной призмы
а) 18; б) 6; в) 24; г) 12; д) 15.
- A3.** Наименьшее число граней призмы
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 9.
- A4.** Не является правильным многогранником
а) правильный тетраэдр; б) правильная призма; в) правильный додекаэдр; г) правильный октаэдр.
- A5.** Выберите верное утверждение:
а) выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер;
б) правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр – это одно и то же;
в) площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту.
- A6.** Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется
а) диагональю; б) медианой; в) апофемой.
- A7.** Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий
а) любые две вершины многогранника; б) две вершины, не принадлежащие одной грани;
в) две вершины, принадлежащие одной грани.

Уровень В.

- B8.** Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда, если стороны его основания 3 см, 4 см, а высота равна 10 см.

Уровень С.

- C9.** В правильной четырёхугольной пирамиде со стороной основания 8 м, боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите:
а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности.

2 вариант Уровень А.

- A1.** Выберите верное утверждение
а) тетраэдр состоит из четырех параллелограммов;
б) отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелепипеда, называется его диагональю;
в) параллелепипед имеет всего шесть ребер.
- A2.** Количество граней шестиугольной призмы
а) 6; б) 8; в) 10; г) 12; д) 16.
- A3.** Наименьшее число ребер призмы
а) 9; б) 8; в) 7; г) 6; д) 5.
- A4.** Не является правильным многогранником
а) правильный тетраэдр; б) правильный додекаэдр; в) правильная пирамида; г) правильный октаэдр.
- A5.** Выберите верное утверждение:
а) правильный додекаэдр состоит из восьми правильных треугольников;
б) правильный тетраэдр состоит из восьми правильных треугольников;
в) правильный октаэдр состоит из восьми правильных треугольников.
- A6.** Апофема – это
а) высота пирамиды; б) высота боковой грани пирамиды;
в) высота боковой грани правильной пирамиды.
- A7.** Усеченная пирамида называется правильной, если
а) ее основания – правильные многоугольники;
б) она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию;
в) ее боковые грани – прямоугольники.

Уровень В.

В8. Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды, у которой сторона основания 8 м, а высота равна 10 м.

Уровень С.

С9. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 5 м и 12 м, а диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите:
а) высоту параллелепипеда; б) площадь боковой поверхности.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
B8	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 12 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	12 - 11
« 4 » (хорошо)	10 - 9
« 3 » (удовлетворительно)	8 - 7
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	в)	б)
A2	а) 18	б) 8
A3	в) 5	а) 9
A4	б)	в)
A5	а)	в)
A6	в)	в)
A7	б)	б)
B8	$5\sqrt{5}$ м	$\sqrt{132}$ м
C9	$h = 4\sqrt{3}$ м ; $S_{б.п.} = 128$ м ²	$h = \frac{13\sqrt{3}}{3}$; $S_{б.п.} = \frac{442\sqrt{3}}{3}$ м ²

Контрольная работа Площади поверхностей тел вращения.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

Подтвердить или опровергнуть следующие утверждения.

- A1.** При вращении прямоугольника около стороны как оси получаем цилиндр.
- A2.** Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания называются образующими конуса.
- A3.** Осевым сечением цилиндра является треугольник.
- A4.** Высота цилиндра (прямого) больше образующей.
- A5.** При вращении полукруга вокруг его диаметра как оси получается шар.
- A6.** Площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S = 2\pi(r+h)$, где r – радиус цилиндра, h – высота цилиндра.

Уровень В.

- B7.** Высота цилиндра равна 4 м, расстояние между осью цилиндра и параллельной ей плоскостью сечения равно 3 м, а площадь сечения 32 м^2 . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
- B8.** Высота конуса равна 12 м, а образующая 13 м. Найдите площадь осевого сечения конуса.

Уровень С.

- C9.** Площадь сечения, не проходящего через центр шара, равна $16\pi \text{ м}^2$. Найдите площадь поверхности шара, если расстояние от центра шара до секущей плоскости равно 5 м.

2 вариант

Уровень А.

Подтвердить или опровергнуть следующие утверждения.

- A1.** При вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси получаем конус.
- A2.** Отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов называются образующими цилиндра.
- A3.** Осевым сечением конуса является прямоугольник.
- A4.** Высота конуса равна образующей.
- A5.** Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется диаметром шара.
- A6.** Все образующие цилиндрической поверхности параллельны друг другу.

Уровень В.

- B7.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна $60\pi \text{ м}^2$, а радиус основания 5 м. Найдите длину образующей цилиндра.
- B8.** Радиус основания конуса равен 12 м, а образующая 13 м. Найдите площадь осевого сечения конуса.

Уровень С.

- C9.** Радиус сферы равен 13 м, а расстояние от её центра до секущей плоскости равно 5 м. Найдите длину окружности сечения сферы.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B7 - B8	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 13 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	13 - 12
« 4 » (хорошо)	11 - 10
« 3 » (удовлетворительно)	9 - 8
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 8

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	да	да
A2	да	да
A3	да	нет
A4	нет	нет
A5	да	да
A6	нет	да
B7	$40\pi \text{ м}^2$	6 м
B8	60 м^2	60 м^2
C9	$161\pi \text{ м}^2$	$24\pi \text{ м}^2$

Контрольная работа Объёмы многогранников.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

Уровень А.

A1. Какой не может быть призма?

А. Прямой; Б. Наклонной; В. Правильной; Г. Усеченной.

A2. Какая формула используется для вычисления объема призмы, где R – радиус основания, H – высота:

А. $\frac{1}{3}S_{\text{осн}}H$; Б. πR^2H ; В. $S_{\text{осн}}H$; Г. $\frac{1}{3}H(S + S_1 + \sqrt{SS_1})$.

A3. Назовите, какая фигура не является правильным многогранником.

А. Куб; Б. Додекаэдр; В. Октаэдр; Г. Параллелепипед.

A4. Ребро куба равно 2 см. Вычислите сумму длин всех ребер куба.

А. 24 см; Б. 48 см; В. 12 см; Г. 60 см.

A5. Площадь грани куба равна 16 см^2 . Вычислите его объем.

А. 24 см^3 ; Б. 48 см^3 ; В. 56 см^3 ; Г. 64 см^3 .

A6. Существует ли призма, у которой только одно боковое ребро перпендикулярно основанию?

А. Да; Б. Нет.

Уровень В.

B7. Из вершины B квадрата $ABCD$ со стороной 6 см к его плоскости проведён перпендикуляр BK . Найдите объём пирамиды, если $AK = 10$ см.

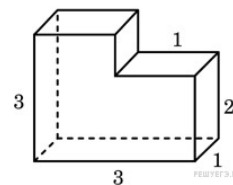
B8. Основанием призмы является прямоугольный треугольник с острым углом 60° и катетом,

прилежащим к этому углу, равным 9 см. Высота призмы равна 10 см. Найдите:

- объём призмы;
- площадь полной поверхности призмы.

Уровень С.

С9. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



2 вариант

Уровень А.

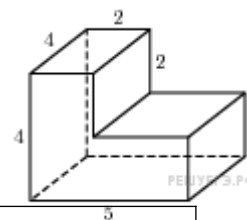
- А1.** Прямоугольный параллелепипед – это
 А. Пирамида; Б. Призма; В. Октаэдр; Г. Тетраэдр.
- А2.** Объём пирамиды определяется по формуле, где $S_{осн}$ - площадь основания, H – высота, R – радиус.
 А. $\frac{1}{3}S_{осн}H$; Б. $\frac{1}{3}\pi R^2H$; В. $S_{осн}H$; Г. $\frac{2}{3}\pi R^2H$.
- А3.** Апофема – это
 А. Образующая цилиндра; Б. Высота конуса; В. Высота боковой грани пирамиды;
 Г. Высота усеченного конуса.
- А4.** Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2 см, 3 см и 5 см. Вычислите его объём.
 А. 30 см³; Б. 15 см²; В. 20 см²; Г. 25 см².
- А5.** Ребро куба равно 2 см. Вычислите площадь поверхности куба.
 А. 12 см²; Б. 24 см²; В. 16 см²; Г. 18 см².
- А6.** Существует ли призма, имеющая 20 ребер?
 А. Да; Б. Нет.

Уровень В.

- В7.** Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетом 5 см и гипотенузой 13 см. Высота призмы равна 10 см. Найдите объём призмы.
- В8.** В правильной четырёхугольной пирамиде боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 30°, а основание равно 6 см. Найдите:
 а) объём пирамиды;
 б) площадь полной поверхности пирамиды.

Уровень С.

С9. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
В7, В8, С9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 15 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	г	б
A2	в	а
A3	г	в
A4	а	а
A5	б	б
A6	б	б
B7	96 см^3	300 см^3
B8	а) $405 \sqrt{3} \text{ см}^3$; б) $171 \sqrt{3} + 270 \text{ см}^2$;	а) $12 \sqrt{3} \text{ см}^3$; б) $24 \sqrt{3} + 36 \text{ см}^2$;
C9	8	56

Контрольная работа Объёмы тел вращения.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

Уровень А.

A1. Сфера является поверхностью:

А) конуса; б) усеченного конуса; в) цилиндра; г) шара.

A2. Изменится ли объём цилиндра, если диаметр его основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?

A3. Из каких тел состоит тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг большего основания?

A4. Объём цилиндра равен 12 см^3 . Чему равен объём конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

A5. Найдите объём цилиндра с высотой, равной 3 см и диаметром основания – 6 см.

а) $27\pi \text{ см}^3$; б) $9\pi \text{ см}^3$; в) $36\pi \text{ см}^3$; г) $18\pi \text{ см}^3$; д) $54\pi \text{ см}^3$.

A6. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объём параллелепипеда.

Уровень В.

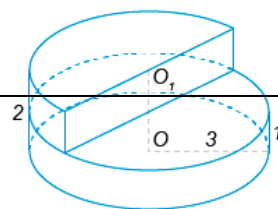
B7. В шаре на расстоянии 3 см от центра проведено сечение, радиус которого 4 см.

Найдите объём шара.

B8. Прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см вращается вокруг оси, содержащей катет длиной 5 см. Найдите объём полученного конуса и площадь его полной поверхности.

Уровень С.

С9. Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. ,2



2 вариант

Уровень А.

А1. Сфера и плоскость не могут иметь:

А) одну общую точку; б) ни одной общей точки; в) две общие точки; г) много общих точек.

А2. Во сколько раз увеличится объем кругового конуса, если высоту увеличить в 3 раза.

А3. Из каких тел состоит тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг меньшего основания?

А4. Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен $120\pi \text{ см}^3$.

А5. Высота конуса 3 см, образующая 5 см. Найдите его объем.

а) $27\pi \text{ см}^3$; б) $9\pi \text{ см}^3$; в) $16\pi \text{ см}^3$; г) $18\pi \text{ см}^3$; д) $54\pi \text{ см}^3$.

А6. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 5. Найдите объем параллелепипеда.

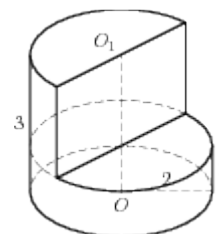
Уровень В.

В7. В шаре на расстоянии 8 см от центра проведено сечение, радиус которого 6 см. Найдите объем шара.

В8. Цилиндр образован вращением прямоугольника с диагональю 5 см вокруг стороны длиной 3 см. Найдите объем цилиндра и площадь полной его поверхности.

Уровень С.

С9. Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке.



Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
В7, В8, С9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 15 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	г	в
A2	не изменится	в 3 раза увеличится
A3	из двух конусов и цилиндра	из двух конусов и цилиндра
A4	4	40π
A5	27π см ³	16π
A6	864	500
B7	$\frac{500}{3} \pi \text{ см}^3$	$\frac{4000}{3} \pi \text{ см}^3$
B8	240π см ³ ; 300π см ² ;	48π см ³ ; 56π см ² ;
C9	13,5π	8π

Контрольная работа Комбинаторика, статистика и теория вероятностей.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

Уровень А.

- A1.** Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:
- 1) завтра будет хорошая погода;
 - 2) в январе в городе пойдет снег;
 - 3) в 12 часов в городе идет дождь, а через 24 часа будет светить солнце;
 - 4) на день рождения вам подарят говорящего крокодила;
 - 5) круглая отличница получит двойку;
 - 6) камень, брошенный в воду утонет.
- A2.** Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 5, 6, 11, 11, – 1.
- A3.** Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 3 или делится на 2? Определите вид события.
- а) сложение событий;
 - б) произведение событий.
- A4.** Вычислите $C_6^4 \cdot C_5^3 - C_5^3 \cdot C_4^2$.
- A5.** На стол бросают два игральных тетраэдра (серый и белый), на гранях каждого из которых точками обозначены числа от 1 до 4. Сколько различных пар чисел может появиться на гранях этих тетраэдров, соприкасающихся с поверхностью стола?
- A6.** Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:
- а) одно из выбранных чисел – двойка;
 - б) оба числа нечетные.

Уровень В.

- B7.** В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?

В8. На каждой карточке написана одна из букв к, л, м, н, о, п. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «клоп»?

Уровень С.

С9. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10.

2 вариант Уровень А.

А1. Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

- 1) вы выходите на улицу, а навстречу идет слон;
- 2) вас пригласят лететь на Луну;
- 3) черепаха научится говорить;
- 4) выпадет желтый снег;
- 5) вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
- 6) после четверга будет пятница.

А2. Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 15, 4, 12, – 3, 15.

А3. Какова вероятность того, что первое из задуманных двузначных чисел делится на 2, а второе – делится на 5? Определите вид события.

- а) сложение событий; б) произведение событий.

А4. Вычислите $A_6^4 \cdot A_5^3$.

А5. Из коробки, содержащей 8 мелков различных цветов, Гена и Таня берут по одному мелку. Сколько существует различных вариантов такого выбора двух мелков?

А6. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:

- а) одно из выбранных чисел – единица; б) оба числа четные.

Уровень В.

В7. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них белые, а 3 черные?

В8. На каждой карточке написана одна из букв р, с, т, у, л, х. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «стул»?

Уровень С.

С9. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
В7, В8, С9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **15 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5» (отлично)	15 - 14
« 4» (хорошо)	13 - 12
« 3» (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 « (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) случ; 2) достов; 3) случ; 4)невозм; 5) случ; 6) достов.	1) невоз; 2) случ; 3) невоз; 4) случ; 5) невоз; 6) достов.
A2	мода равна 11; размах 12; ср. ариф. 6,4;	мода равна 15; размах 18; ср. ариф. 8,6;
A3	a	б
A4	90	21600
A5	16	56
A6	а) 0,2; б) $\frac{2}{9}$	а) 0,2; б) $\frac{2}{9}$
B7	$\frac{18}{35}$	$\frac{5}{21}$
B8	$\frac{1}{360}$	$\frac{1}{720}$
C9	0,1	$\frac{7}{90}$

3. 2.4. Задания для итогового контроля (экзамен)

1. Общие положения

Формой аттестации по дисциплине является экзамен. Итогом экзамена является оценка знаний и умений обучающегося по пятибалльной шкале.

Экзамен проводится в форме выполнения заданий на базе техникума.

Условия проведения экзамена

Экзамен проводится по группам.

Количество вариантов задания - 4.

Задания предусматривают одновременную проверку усвоенных знаний и освоенных умений по всем темам программы. Ответы предоставляются письменно.

Время выполнения задания - 5 часов (академических) с перерывом.

Оборудование: бумага, ручка, карандаш, линейка, вариант задания, справочная литература, микрокалькулятор.

2. Контрольно-оценочные материалы (КОМ)

Инструкция для обучающихся по выполнению экзаменационной работы

На выполнение письменной экзаменационной работы по математике дается 6 часов (360 минут).

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержит задания минимально обязательного уровня, а дополнительная часть – более сложные задания.

При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ. Только в нескольких заданиях достаточно представить ответ. За правильное выполнение любого задания из обязательной части вы получаете один балл. Если вы приводите неверное решение, неверный ответ или не приводите никакого ответа, получаете 0 баллов за задание.

При выполнении любого задания дополнительной части необходимо подробно описать ход решения и дать ответ.

Правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь правильно выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Перед началом работы внимательно ознакомьтесь со шкалой перевода баллов в отметки и обратитесь внимание, что начинать работу следует с заданий обязательной части.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3» (удовлетворительно)	9–14
«4» (хорошо)	15–20
«5» (отлично)	более 21

Желаем успехов!

1 вариант

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $3^{2-2x} = 81$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.

3. (1 балл) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях $x, f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях $x, f(x) \leq 0$.

При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in I$ четверти.
9. (1 балл) Решить уравнение $2 \cos(x + \frac{\pi}{3}) = 1$.
10. (1 балл) Решите уравнение $\log_5(5 - 5x) = 2 \log_5 2$.
11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия указаны в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1м^3)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	3500	9900	-
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

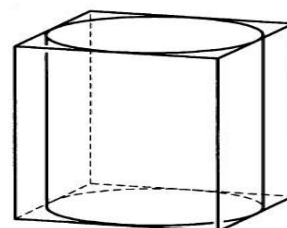
12. (1 балл) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 8, а $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите высоту, проведенную к основанию.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $4\sqrt{6} + 10 \cdot 4^{-6} - \sqrt{6}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{8x+36}{x+13}$.

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 2.



Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.

16. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = x^2 - 4x + 3$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 4.
17. (1 балл) Решить уравнение $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$.
18. (1 балл) Решите неравенство $\frac{1}{5^x} \geq 0,04$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sqrt{2} \cos x + 12x - 3\pi + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ \log_{12} 3x = \log_{12} (y + 1) \end{cases}$.
21. (3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 10 см и 18 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.
22. (3 балла) Найдите решение уравнения $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

2 вариант

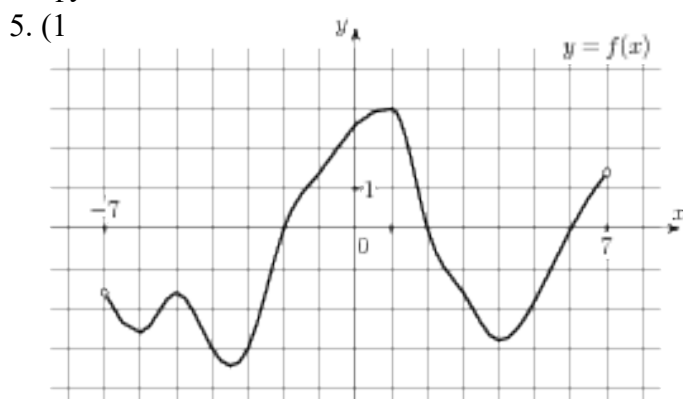
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $2^{1-x} = 16$.
2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}$.
3. (1 балл) Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 25 %.

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.

При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

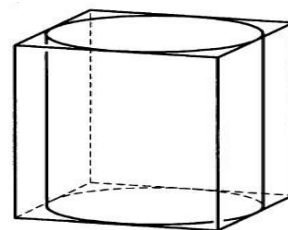
8. (1 балл) Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in I$ четверти.
9. (1 балл) Решить уравнение $2 \sin(x + \frac{\pi}{2}) = 1$.
10. (1 балл) Решите уравнение $\log_3(2 - 2x) = 2 \log_3 4$.
11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 79 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Сколько придётся заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (в руб.)	Дополнительные условия
А	2650	4400	-
Б	3200	5400	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2680	3400	При заказе более 80 м ³ доставка бесплатно

12. (1 балл) В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 6$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Найдите высоту CH .

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.
14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{7x - 6}{x + 2}$.
15. (1 балл) Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = 2t^2 - t + 1$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 7.
17. (1 балл) Решить уравнение $\sin^2 x - 6 \sin x = 0$.
18. (1 балл) Решите неравенство $\frac{1}{8x} > 0,125$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19.(3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9 \sin x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

20.(3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ \log_3(5x + 4y) = \log_3(y + 5) \end{cases}$.

21.(3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 18 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объём тела вращения.

22.(3 балла) Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

3 вариант

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $2^{2x-20} = 16$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{42}{2^{\log_2 3}}$.

3. (1 балл) Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?

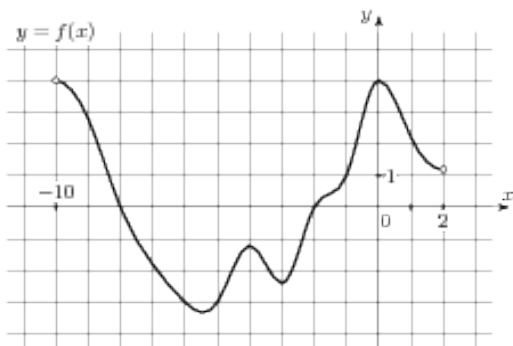
При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.

7. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in \text{II}$ четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \cos \frac{\pi}{6}$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\log_5(5 - 5x) = \log_5 2 + 1$.

11. (1 балл) В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Барнаул	Тверь	Псков
Пшеничный хлеб (батон)	12	11	11
Молоко (1 литр)	25	26	26
Картофель (1 кг)	16	9	14
Сыр (1 кг)	260	240	235
Говядина (1 кг)	300	280	280
Подсолнечное масло (1 литр)	50	38	62

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 кг картофеля, 1 кг сыра, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

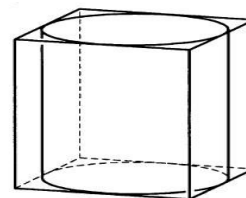
12. (1 балл) В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 10$, $\cos A = \frac{5}{13}$. Найдите высоту CH .

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $4^{\sqrt{7}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{7}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{9x-3}{x+5}$.

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



16. (1 балл) Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 5t - 0,5t^2$ (м), где t - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. (1 балл) Решить уравнение $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $49^{x+1} \leq (\frac{1}{7})^x$

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \cos x + 5x + 8$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{2}]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 3y = \log_2 16 \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 24 см и высотой 8 см в первый

раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните объёмы тел вращения.

22.(3 балла) Найдите решение уравнения $\cos 2x - \sin x = \cos^2 x$.

Укажите корни, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

4 вариант

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $3^{5x-13} = 9$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{84}{5^{\log_5 7}}$.

3. (1 балл) Шариковая ручка стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 10%?

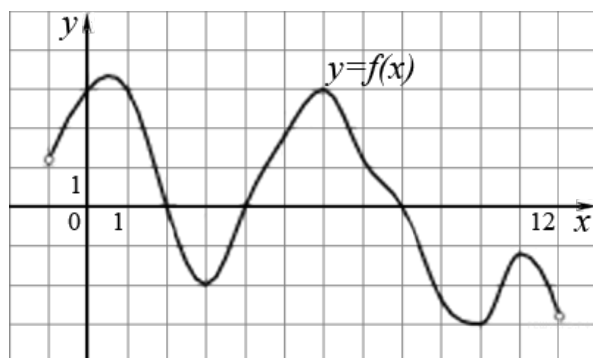
При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.

7. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и $\alpha \in \text{II}$ четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $\sin(x + \pi) = \cos(-\frac{\pi}{3})$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\lg(x + 3) = 2\lg 5$.

11. (1 балл) В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Белгород	Ярославль	Воронеж
Пшеничный хлеб (батон)	11	15	14
Молоко (1 литр)	23	26	20
Картофель (1 кг)	10	9	13

Сыр (1 кг)	205	240	270
Говядина (1 кг)	240	230	240
Подсолнечное масло (1 литр)	44	58	52

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

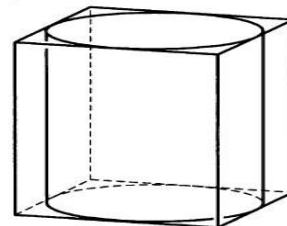
12. (1 балл) В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 32$, $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите высоту CH .

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $6^{\sqrt{3}+1} \cdot 6^{2-\sqrt{3}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{11x - 12}{x + 4}$.

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



16. (1 балл) Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = t + 0,5t^2$ (м), где t - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. (1 балл) Решить уравнение $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + 11x + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 4y = 16 \\ \log_7 y = \log_7 (4x + 4) \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 28 см и высотой 6 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните площади поверхностей тел вращения.

22. (3 балла) Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin^2 x + \cos x = 0$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

Ответы к контрольной работе

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	$x = -1$	$x = -3$	$x = 12$	$x = 3$
2	0,5	0,2	14	12
3	8 флаконов	23 тетради	20 тетрадей	22 тетради
4	4 точки	6 точек	5 точек	5 точек
5	$y_{\text{наиб}} = 4,5; y_{\text{наим}} = -3,3$	$y_{\text{наиб}} = 3; y_{\text{наим}} = -3,5$	$y_{\text{наиб}} = 4; y_{\text{наим}} = -3,2$	$y_{\text{наиб}} = 3,3; y_{\text{наим}} = -3$

6	$x \in (-6; -4] \cup [-2; 2] \cup [4; 6]$	$x \in [-2; 2] \cup [6; 7)$	$x \in (-10; -8] \cup [-2; 2)$	$x \in (-1; 2] \cup [4; 8]$
7	$x \in [-4; -2] \cup [2; 6]$	$x \in (-7; -2] \cup [2; 6]$	$x \in (-8; -2]$	$x \in [2; 4] \cup [8; 12)$
8	$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\cos \alpha = \frac{5}{3}$	$\sin \alpha = 0,8$	$\cos \alpha = -\frac{12}{13}$
9	$x = \pm \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \pi + \pi n$
10	0,2	-7	-1	22
11	184900 тыс. руб.	213750 тыс. руб.	381 руб.	352 руб.
12	6	4	12	12
13	256	243	256	216
14	4 и -9	3 и 2	3 и 1	4 и 3
15	1	5	864	4
16	4 секунды	2 секунды	1 м/с	5 м/с
17	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;$ $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 0 + 2\pi n;$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
18	$x \leq 2$	$x < 1$	$x \leq 3$	$x > -\frac{7}{8}$
19	21	9	10	13
20	$x = 1; y = 2$	$x = 1; y = 0$	$x = 7; y = 1$	$x = 0; y = 4$
21	$138\pi \text{ см}^2$	$224\pi \text{ см}^3$	на $256\pi \text{ см}^3$	на $192\pi \text{ см}^2$
22	$0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$	$\pm \frac{\pi}{2}; 0$	$0; \pi; \frac{3\pi}{2}$	$\pm \frac{\pi}{2}; \pm \pi$

3. Критерии оценивания

Требования к выполнению заданий экзаменационной работы:

- ✓ из представленного решения понятен ход рассуждений обучающегося;
- ✓ ход решения был математически грамотным;
- ✓ представленный ответ был правильным;
- ✓ метод и форма описания решения задачи могут быть произвольными;
- ✓ выполнение каждого из заданий оценивается в баллах.

За правильное выполнение любого задания из **обязательной части** обучающийся получает один балл. При выполнении задания из обязательной части, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) можно выставить 0,5 балла. Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов.

При выполнении любого задания **дополнительной части** используются следующие критерии оценки заданий:

Баллы	Критерии оценки выполненного задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен правильный ответ.
2	Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ
1	Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до

	конца, при этом ответ неверный или отсутствует.
0	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения.

Задания	Баллы	Примечание
1 - 18	18	Каждый правильный ответ 1 балл
19 - 22	12	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **30 баллов**

3.3. Критерии оценивания

1. Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой. При проверке усвоения материала нужно выявлять полноту, прочность усвоения обучающимися теории и умения применять ее на практике в знакомых и незнакомых ситуациях.
2. Основными формами проверки знаний и умений обучающихся по математике являются письменная контрольная работа, самостоятельная работа, тестирование, устный опрос.
3. При оценке письменных и устных ответов преподаватель в первую очередь учитывает показанные обучающимися знания и умения. Оценка зависит также от наличия и характера погрешностей, допущенных обучающимися.

Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты. Погрешность считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что обучающийся не овладел основными знаниями, умениями, указанными в программе.

К недочетам относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, не считающихся в программе основными. Недочетами также считаются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного обучающимся задания или способа его выполнения; неаккуратная запись; небрежное выполнение чертежа.

Граница между ошибками и недочетами является в некоторой степени условной. При одних обстоятельствах допущенная обучающимися погрешность может рассматриваться преподавателем как ошибка, в другое время и при других обстоятельствах — как недочет.

4. Задания для устного и письменного опроса обучающихся состоят из теоретических вопросов и задач.

Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а его изложение и письменная запись математически грамотны и отличаются последовательностью и аккуратностью.

Решение задачи считается безупречным, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

5. Оценка ответа обучающегося при устном и письменном опросе проводится по пятибалльной системе, т. е. за ответ выставляется одна из отметок: 1 (плохо), 2 (неудовлетворительно), 3 (удовлетворительно), 4 (хорошо), 5 (отлично).
6. Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося.

ся; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им заданий.

Критерии ошибок

- **К грубым** ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- **К негрубым** ошибкам относятся: потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;
- **К недочетам** относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка устных ответов

Ответ оценивается **отметкой «5»**, если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником,
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается **отметкой «4»**, если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке обучающихся»);

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

Отметка «1» ставится, если:

- обучающийся обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.